シリーズ　5:　シカゴ大学ビジネススクール L.Schrage 教授の英知に学ぶ

ビジネスと研究に役立つ問題解決学

Excel の雛型モデルで学ぶビジネスと教育のための問題解決学

Linus Schrage 著

新村秀一　訳

市川均　校閲

これまでの問題解決学との違い！

・使いやすく世界最高水準の機能を持つ LINGO,Excel のアドイン・ソルバーの **What's Best!**（WB!）,開発用の最適化ライブラリーの LINDO/API という問題解決のための最適化ソフトウエアの開発．統計ソフトが，データで表される問題解決学（データの科学）の便利な道具であり，最適化ソフトは数式で表される全ての現象を分析する「モデルの科学」の便利な道具である．

・評価版を無償で提供し，それで確認すれば本書の内容をより深く理解できる．ただし，大きな雛型モデルは実行できない．

・Linus 教授は 178 冊の文献や書籍を調査し，LINGO と WB!で解ける雛型モデルを開発し本書でその一部を解説している．もし，自分に合った問題の雛型モデルがあれば，自分で調査し，モデルを作成し，ソフトウェアを開発するという長い試行錯誤の時間を省略できる．雛型モデルの理解を出発点とすれば，ビジネスマンや研究者は自身の知的生産性を限りなく拡大できる．また，学生が実際の問題を解決できる教育をして，社会人として送り出すことができる．

・数学に基礎のある学問，例えば統計や経営科学は，使いやすくて高機能な統計ソフトと数理計画法ソフトで「高度なユーザー教育」に切り替えるべきである．

・誰でも雛型モデルを利用して，知的生産性を上げ，身の回りの問題が解決できる．この経験を摘めば，雛型モデルのない問題でも、LINDO 社が提案する ABC 分析で開発できる．A は決定変数を決める、B はそれで目的関数を定義、C はそれで制約式を定義するという最適化モデル開発のステップである．

・訳者の新村は，雛型モデルで重回帰分析と判別関数が定式化できることを 20 代に知り、成蹊大学特任教授退官前に新しい判別理論を確立し Springer（New Theory of Discriminant Analysis after R.Fisher, 2016）からその成果を出版した。

・その応用研究として 30 年以上統計で成功していない Big　Data の代表である「癌の遺伝子解析」に世界で初めて成功した。“Cancer Gene Analysis to Cancer Gene Diagnosis (2017)”は Amazon から 2017 年 6 月に出版した。
・筆者は，LINGO の DEA の雛型モデルを修正し，誰もが簡単に利用できる問題解決学をゼミ学生の指導を通して体系化した。実際ゼミ学生は、簡単に比較する代替案の問題点を発見し，解決し，改革改善を提案できた。その成果は，Amazon の本シリーズ 1 で『あらゆる評価を可視化する「DEA　による問題の発見と解決」』を 2017 年 9 月に定価 2.99 ドル（337 円）で出版済みである．本シリーズは，Amazon の最低価格 337 円で出版し，多くの人が実際に身の回りの問題解決に役立てたいと考えている．Unlimited ユーザーは無償です.

本書は、本シリーズの 5 冊目であるが、シリーズ 1 と並んで理解しやすい。2 から 4 番目は実際の大きな問題を解決するために「集合」という耳慣れないことの理解が必要である。また、非常に数多くの種類の本格的な雛型モデルを扱っている。

本書は、Excel の雛型モデルを 7 章で紹介している。6 章までは、最初時間をかけずに目を通し、7 章の理解に努めてほしい。扱っているテーマも比較的理解しやすいものであり、本書をシリーズの最初に出さなかったことを後悔している。

そして、より理解を深めようという場合、表紙の LINDO Systems Inc. の HP から **What's Best!の無償の評価版を入手する**。Sample フォルダーに本書で紹介した雛型モデルを含む多くのモデルがある。ファイル名から内容を推測し、Excel に呼び出し、WB!の Solve ボタンを押すだけで最適解が得られる。読者は、モデルと解の意味をわかればよい。

最後に自分で雛型モデルを修正してみよう。自分の問題を解きたいときに、6 章までの知識が少し必要になる。すなわち、他の本の読み方と全く違った方法を取らないと、7 章に行く前に挫折するでしょう。

既に筆者は、日本語と英語の統計と数理計画法による解説書を数多く出版している。Amazon で「新村秀一」と検索すれば日本語の書籍一覧が表示される。「Shuichi　Shinmura」で検索すれば、英語の HP が現れる。その中で、『Excel と LINGO で学ぶ数理計画法（丸善)』は、幾つかの雛型モデルを用いた解説である。回帰分析や判別分析は筆者が作成したものであり、参考にしてほしい。また CD には評価版と英語のマニュアル、そして多くの雛型モデルが含まれている。評価版の版は古いが、他の資料は役に立つ。『数理計画法による問題解決法（日科議連出版)』は、本シリーズの 2、3、4 の入門書である。定価は高いがこれら 2 冊を読めば、より理解が深まると考えている。

本書は、筆者が魔法の学問と呼ぶ「数理計画法」による**問題解決学として普及**したいテーマの一つです。社会人や学生にぜひ身に着けてほしい実践的な学問であり技術で、しかも習得が容易です。

数理計画法は、線形計画法(Linear　Programming, LP)、2 次計画法(Quadratic Programming, QP)、整数計画法(Integer　Programming,　IP)、非線形計画法(Non-linear　Programming,　NLP)、確率計画法(Stochastic Programming、SP)と呼ばれる理論から構成されている。しかし WB!や LINGO では、読者がそれを意識することなく自然に利用できる。

LP の入門的な問題に「**配合問題**」がある。**製鉄やアルミや石油産業**などで原材料を配合して最適な製

品を作る問題で、繰り返し操業の都度使うと簡単に大きな利益が得ることが得きるが、まだそれを利用していない企業が多い。多分 Excel のアドイン・ソルバーを利用しているユーザーも多いであろう。しかし日々利用する際の手間暇を考慮すれば、WB!を用いた方がすぐに購入費用を回収できるし、分析結果の質保証もできる。線形計画法は、理論的には高校数学で習う「**領域の最大/最小問題**」が LP の理論の図で理解できる。

本シリーズの『**評価を可視化し問題発見と解決に役立つ DEA 法**』は、LINGO の雛型モデルを改良したものです。QP は、重回帰分析の**最小二乗法**やノーベル賞をとった**ポートフォリオ分析**が扱えます。IP は、施設や広告枠の選択などに使えますが、筆者は**誤分類数最小化基準**で新しい判別分析の理論を作りました。そして、癌の遺伝子解析に関して Kindle からすでに出版している。NLP は数多くの問題に対応できるが、複雑な関数の極大/極小値でなく最大/最小値が簡単に求めることができる。

訳者が自ら実践した問題解決の研究成果を書籍として刊行しました。

１．New Theory of Discriminant Analysis After R. Fisher (Springer, 2016).

２．From Cancer Gene Analysis to Cancer Gene Diagnosis (2017 年 6 月刊行、1100 円； unlimited 会員は無料)

本シリーズは、次の書籍を刊行あるいは予定している。いずれも Amazon の最低価格の 337 円に設定し、Unlimited ユーザーは無償です。ただし、読む順序は、1 か 5 を最初に 2 から 3 は集合が理解しにくいので、後にした方がよいでしょう。

1. 評価を可視化し問題発見と解決に役立つ DEA 法

LINGO の雛型モデルを改良し、東京都 23 区の区立図書館の経営効率性を紹介。また、鉄道 18 社、電力 10 社の 3.11 の前年の 2010 年と 2012 年の比較、26 空港の分析などを紹介。東京都 24 市の市立図書館、インターネット銀行を含む 20 金融機関、自動車メーカーの可視化経営後の従業員評価などの分析は、シリーズ 6 で刊行予定。

2. LINGO の雛型モデルで簡単に解決できる問題解決（上巻）

シカゴ大学ビジネススクール教授であった Linus　Schrage による、LINGO を用いて広範な問題を雛型モデルで示し、その解について解説したユニークな書籍です。147 の文献や書籍を調査し、その成果を雛型モデルにまとめたものです。自分で文献調査し、研究し、プログラムを作成する、といったむさな時間が省けます。これほど知的生産性を上げる方法はないでしょう。

3. LINGO の雛型モデルで簡単にカイケツデキル問題解決（中巻）

4. LINGO の雛型モデルで簡単にカイケツデキル問題解決（下巻）

5. Excel の雛型モデルで学ぶビジネスと教育のための問題解決学(本書)

2017 年 10 月　柏にて

目次

下線を引いた章や節あるいは青字の部分は、最初斜め読みするか読み飛ばすことを進めます。

1章　さあ始めよう

1.1　What's Best!とは

What's Best!（WB!）は、難易度の高い線形や非線形の問題を最適化できる高性能なソルバー(数理計画法ソフトのこと)をExcelで利用できる機能を提供する。このソルバーは､Excelに直接又はVisual Basicで呼び出すことができる。WB! は、ビジネス、金融、科学、数学、その他の分野で生産管理、財務計画、スケジュール、資源配分、ポートフォリオ分析、在庫管理などの問題と解析に広く利用されている。豊富な事例は7章に記載されている。

読者は、6章まで簡単に目を通し、7章の理解に重点を置いてほしい。この後、WB！の無償の評価版を入手し、Sampleフォルダーにある他の雛型モデルを呼び出し、Solveボタンを押せば、最適解が出力される。雛型モデルと最適解を見比べて理解することは、関連する何冊もの書籍を読んで、理論の入門を理解することと全く異なる。この従来の学習法では、実際の問題解決ができないことを肝に明記すべきである。

すなわち、数学に基礎を置く統計と数理計画法は、使いやすく世界最高峰のソフトが開発され、評価版が無償で提供されている。これをうまく利用することが、学生、研究者、多くのビジネスマンの知的生産性を上げ、現実の経営や研究の問題を容易に解決してくれる。『学問に王道なし』とこれまで言われているが、これは情報技術が出現する以前の話である。

(1)　最適化とは

最適化とは、最も望ましい結果をみつけることです。例えば、利益、生産量、幸福の最大化、もしくは逆に費用、出費、不満などの最小化です。最適化は、有限資源の最も効率的な使用法を考えだすことでもある。資源とは、お金、時間、生産設備、人員、在庫などを指す。

最適化問題には線形と非線形があり、含まれる関係式が変数に対して線形かどうかで判断される。WB! は、整数制約のある線形と非線形問題を解くことができる。**詳しくは7章を参照**。

(2)　非最適化モデルとは

非最適化モデルとは、目的関数を定義する“ベストセル”がないモデルのことです。このようなモデルの目的関数は一般的に「方程式を解くこと」です。WB!は、複数の方程式を満たす解をみつけたり、循環参照を満たすこともできる。同様に、ゴールシーキングやBacksolvingと呼ばれる“望ましい結果”を達成する値を探すこともできる。

7章にあるFlow Network Modelingはこの種の雛型モデルの例である。**これを理解すれば、ゴールシーキングを知らなくても、自然にこの方法を理解し、利用する力が獲得できる。**

(3)　整数制約のあるモデル

解析結果が整数である必要が多々ある。例えば、人員計画で数学的には2.37人で交代するのが一番効率が良いという解がでても、人間を0.37人に分けることは不可能である。WB! はそういった値を整数に限定できる。2値整数制約（0/1）は、yes/noやon/offを伴う幅広い意思決定にも有効である。

1.2　インストール（この節は、日本での利用はLINDO Japanが別途資料を作成）

先ず、全てのプログラムを閉じて CD かデスクトップより SETUP.EXE を起動させ、ダイアログ・ボックスに従って下さい。セットアップ・プログラムには Default と Specified の 2 通りがある。

① 初めてのインストールの場合、ダイアログ・ボックスで Default を選択すると、インストールに必要な情報を分析し、アドイン・ファイルを Excel のメインディレクトリにある Library にコピーする。

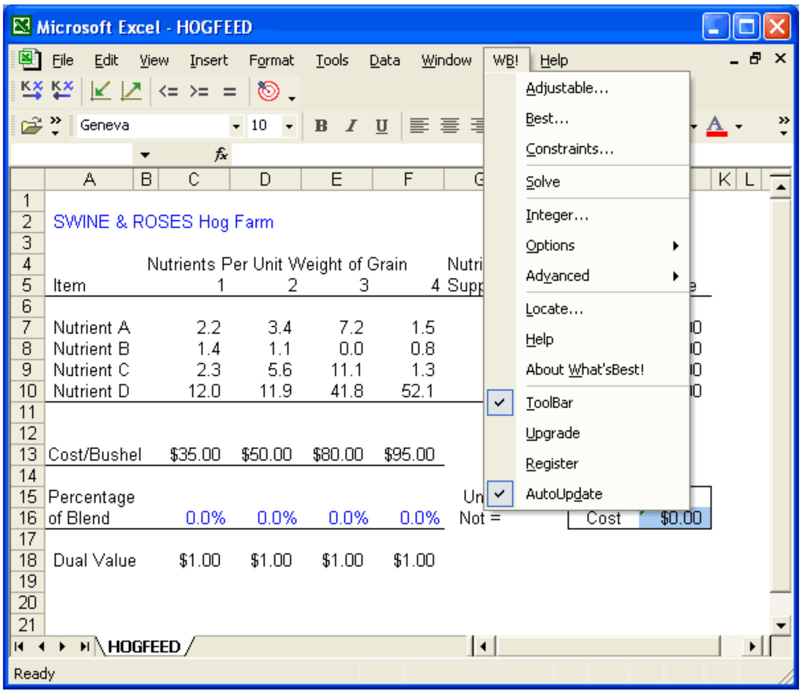
② Specified を選ぶと、ユーザーがインストール先を指定できる。下記以外の場合は、Default でのインストールを勧める。

- Excel がネットワーク・サーバにインストールされている。
- 複数の Excel が WB!をインストールする PC にインストールされている。
- 英語版の Excel でない。

バージョンを更新した場合、プログラム・ファイルの指定場所によっては既存のモデルの中断のされ方に影響が出ることもある。画面に表示された説明をよく読んでインストールしてください。

インストールの最後に Excel が開きます。新しいツールバーとメニュー「WB!」が追加されているのを確認してください。ツールバーとメニューは下記のように表示される。

注：Excel と OS のミスマッチで、インストールに手間取ることがあります。その場合は、必ず説明書を LINDO Japan から入手してください。



WB! メニューがない場合は、〔Tools|Add-ins〕で WB!があるかどうかを確認するか、再インストールして下さい。インストール後、初めてソフトウェアを立ち上げると、ライセンスキーの入力を促されるので LINDO Japan から送付されてきたファイルのライセンスキーをコピーし貼り付けてください。**無償の評価版（制約：150、変数：300、整数変数：30、非線形変数：30、グローバル変数：5）を使用する場合は、ライセンスキーを入力しないで、〔Trial〕ボタンをクリック**する。

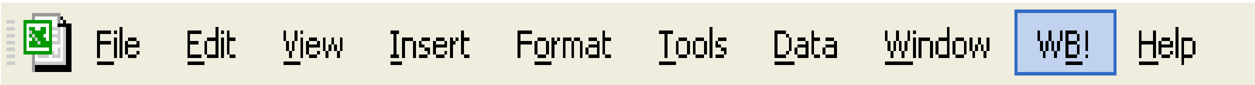
購入ユーザーがライセンスキーを紛失した場合は、LINDO Japan に問い合わせください。

これで、モデルを生成し、解くことができる。

1.3　インターアクティブな環境

メニューとツールバーにアクセスする会話的な方法が 2 種類ある。

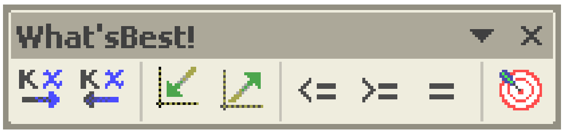
(1)　Excel メニューバー上に追加されたメニュー“WB!”を利用



WB！メニューは 2 章で説明する **ABC ステップ**によるモデル作成のコマンドや、3 章にある追加コマンド全てがリストされている。

(2)　ワークシート上なら自由自在に配置できるツールバー

ツールバーは、スクリーン上で動かすことも、希望の位置に固定することもできる。



このツールバーにあるボタンは、WB！メニューの〔Adjustable…〕、〔Best…〕、〔Constraints…〕、や〔Solve〕コマンドなどの、よく使われるコマンドをワンクリックで使用できる。また、ツールバーのボタン上にカーソルを持っていき、数秒待つと下記のようにボタンの機能を教えてくれる。

WB!がインストールされると、次のことが起こる。

① アドインを読み込む

② Excel のメニューバーに WB!が表示される

③ ツールバー（ロックされていない状態）が表示される

ツールバーを非表示にしたい場合、〔WB!|ToolBar〕か〔View|ToolBar〕の WB! Tool Bar 欄からチェックマークをはずす。ツールバーを再表示したい場合はチェックマークをつける。ツールバーを完全に削除したい場合は、〔View|ToolBars|Customize…〕よりツールバーを選択し、〔Delete〕ボタンを押す。削除した場合、再表示するには再インストールしてください。

WB!は Excel のステータスバー（Excel ウィンドウの下部）に状態を報告する。普段は「Ready」と表示されているが、Excel か WB!が何かをしていて、それが長引いている場合に他のメッセージを表示するこ

ともある。

1.4　モデルの作り方

(1)　ABC：WB!でモデルを作る 3 ステップ

WB!　でモデルを自分で作成するため 3 つの必須事項がある。それは、このマニュアルで何度も繰り返し使われる **ABC ステップ**である。

①　Adjustable：修正可能セルの指定

Adjustable セルとは、ワークシート上のセルで WB!が解を求めるために値を自由に変更できるセルのことです。数理計画法の用語で言えば、これは「(決定) 変数 (Decision Variable)」と呼ばれる。修正可能セルは、メニューコマンド〔Adjustable…〕かツールバーボタン（）で指定できる。

②　Best：ベストセルの決定

ベストセルは、解のゴールや目的関数を示す式を含むセルです。典型的なケースは、修正可能セルか修正可能セルに含まれる関数の最大化もしくは最小化を行うセルです。WB!は、1 つのモデルに対して 1 つのベストセルしか指定できない。方程式を解く場合や、ゴールシーキングではベストセルは必要ない。ベストセルは、メニューコマンド〔Best…〕かツールバーボタン（）で決定できる。

③　Constraint：制約式の指定

制約セルは、モデルの制約条件を指定する。例えば、「生産に使用する資源は手持ちの資源以下でなくてはならない」というものです。こういった制約はメニューコマンドの〔Constraints…〕かツールバーボタン（**<=　>=　=**）で指定できる。

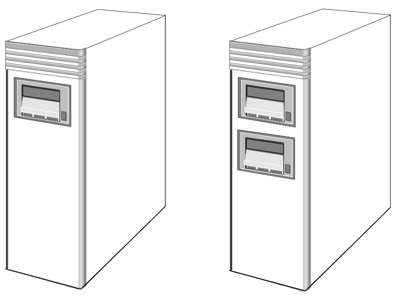
ABC の設定が終わったら、解析を始められます。〔Solve〕ボタン（）を押すと、最適解が求まる。

(2)　XYZ 問題

XYZ 問題は、簡単な線形問題の説明に作られた生産問題です。サンプル問題を含むファイル（WB!のディレクトリにある）から XYZ.XLS を開いてください。ここでは、Excel 形式（例：$C$5:$D4）で説明する。

XYZ 社は、2 種類の PC を作っている。Standard　PC は 1 台$300 の利益、Deluxe　PC は 1 台$500 の利益がある。以下に示すように 2 つの PC は、Standard タワー、Deluxe タワー、ハードディスク(HDD)の 3 つの部品在庫から作られる。

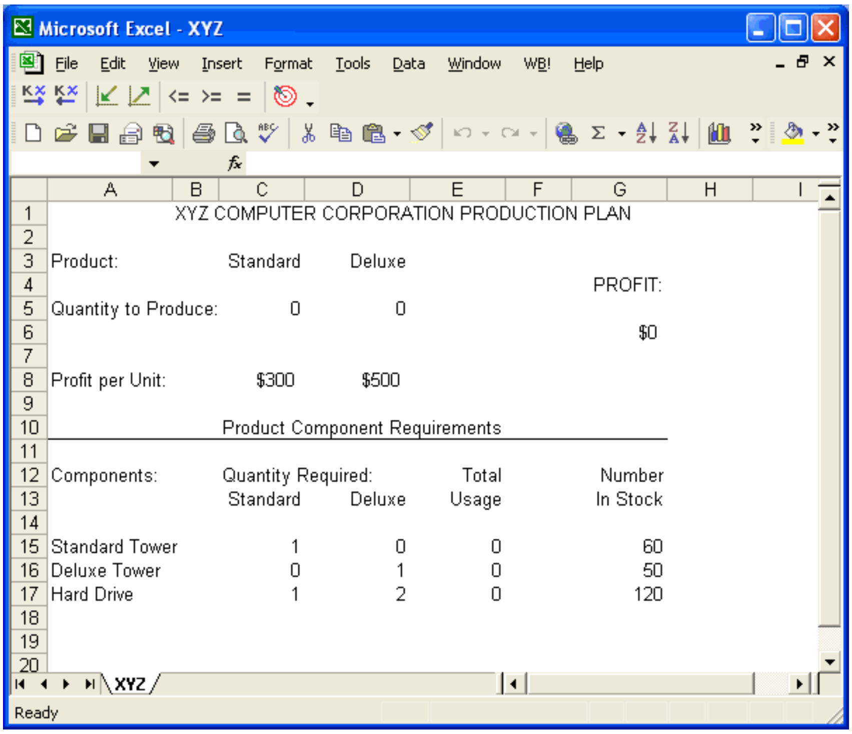
Standard Model　　Deluxe Model



1 台ごとの利益:　　$300　　$500

問題：

現在の在庫部品から、Standard PC と Deluxe PC を何台ずつ作れば、利益が最大化されるでしょうか?



Microsoft Excel - XYZ

File Edit View Insert Format Tools Data Window WB! Help

	A	B	C	D	E	F	G	H
1			XYZ COMPUTER CORPORATION PRODUCTION PLAN					
2								
3	Product:		Standard	Deluxe				
4							PROFIT:	
5	Quantity to Produce:		0	0				
6							$0	
7								
8	Profit per Unit:		$300	$500				
9								
10			Product Component Requirements					
11								
12	Components:		Quantity Required:		Total		Number	
13			Standard	Deluxe	Usage		In Stock	
14								
15	Standard Tower		1	0	0		60	
16	Deluxe Tower		0	1	0		50	
17	Hard Drive		1	2	0		120	
18								
19								
20								

XYZ

Ready

レイアウトとロジックの確認をしよう。様々な値を入れ、What's if?分析を行ってみよう。例えば、Quantity to Produce(C5 と D5)に生産台数を代入し、それに必要な総部品数(E15:E17)が在庫数(G15:G17)を超えないように最大利益（G6）を求める。

例えば分別のある製造計画担当者は、一番利益が多い Deluxe PC をなるべく多く作ろうとするでしょう。そして残りで Standard PC をできるだけ多く作ります。この製造計画で、Deluxe タワー（E16）50 台を全て使い、Standard タワー（E15）を 20 台使う。そして、ハードディスクの 120（E17）を全て使う。この場合、総利益が$31,000（G6）となるが、WB!を使うと解が$31,000 以上になる。

これが、多くの現場で行われている What's if?分析と最適化の違いである。なぜ最適化手法を使わないのであろうか？

(3)　ABC とモデル

WB!がどのように最適解を計算するかを示すため、スプレッドシートに ABC を適用してみよう。

①　修正可能セルの決定

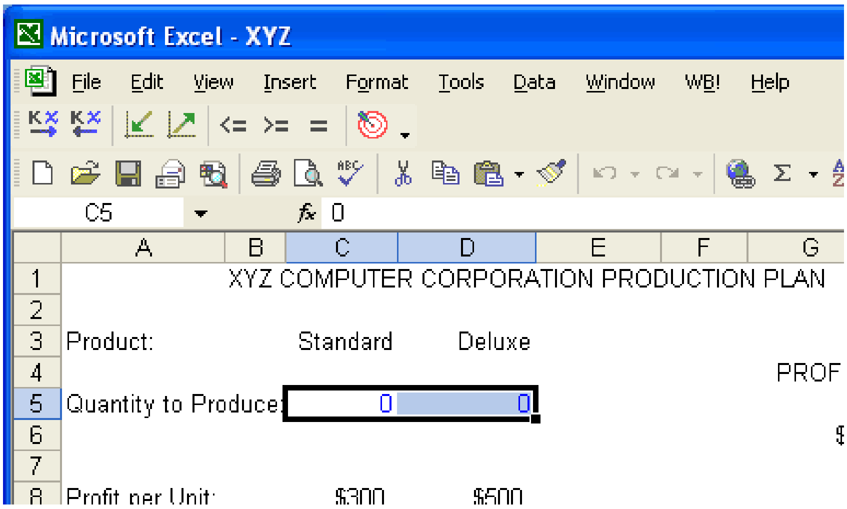
この例では、先ず Standard と Deluxe PC 両方の生産量（C5:D5）を調整する。修正可能セルに数値を入力する。どんな数字を入れてもよいが、とりあえず 0 と入力する。次に、C5 と D5 を次のうちどちらかに従って調整可能セルに設定する。

a)　WB!メニューから〔Adjustable…〕を選択して〔OK〕ボタンをクリックする

b)　〔Make Adjustable〕ボタン（）を押す

a)を選択した場合、〔Adjustable〕ダイアログ・ボックスの〔Refers To:〕欄に現在選択されている範囲（$C$5:$D$5）が表示される。ドロップダウン・ボックスにはすでにデフォルトで Make Adjustable が選択されているので〔OK〕を押す。

WB!は Adjustable を適用すると、デェフォルトでフォントを青にして修正可能セルを識別する。



XYZ モデルの修正可能セル

② ベストセルの定義

次にゴールを定義する。XYZ 社のゴールは利益の最大化である。利益は下記のように表現できる。

総利益 = (Standard PC の生産数)×(Standard PC 1 台あたりの利益)+(Deluxe PC の生産数)×(Deluxe PC 1 台あたりの利益)

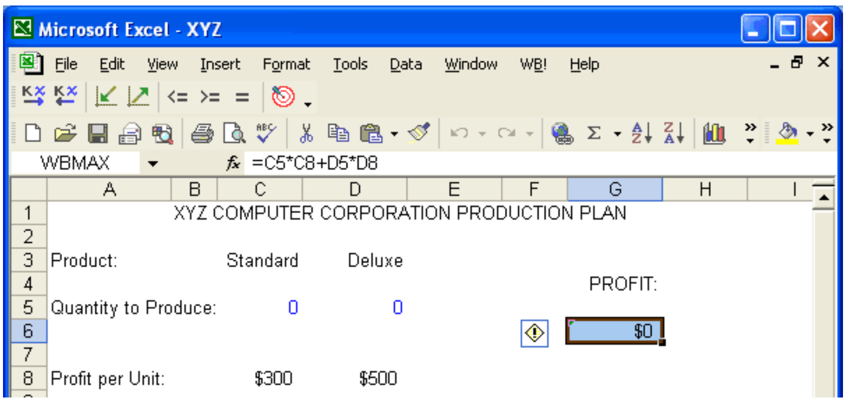
G に「=C5*C8+D5*D8」という式が表示される。これは、C5:D5 と C8:D8 の SUMPRODUCT であり、「=SUMPRODUCT(C5:D5,C8：D8)」とも表せる。この関数は、類似した演算を大規模な範囲で行う場合、式を他のセルにコピーすればよいので、特に便利です。

注：LINGO は集合で大規模なモデルを扱う。WB!は式のコピー&ペイストで行えるので、LINGO より前提知識が少なくて理解しやすい。

ベストセルの設定は、カーソルをベストセルに指定するセル（今回は G6）まで持っていき、次のどちらかの方法を選ぶ。

- 〔Best…〕を WB!メニューから選び、〔Maximize〕を選択して〔OK〕をクリックする。
- Maximize ツールバーボタンを使用する。

メニューから〔Best〕を選ぶと、右側のテキストボックスに$G$6 と入力する。



XYZ の目的関数（ベストセル）

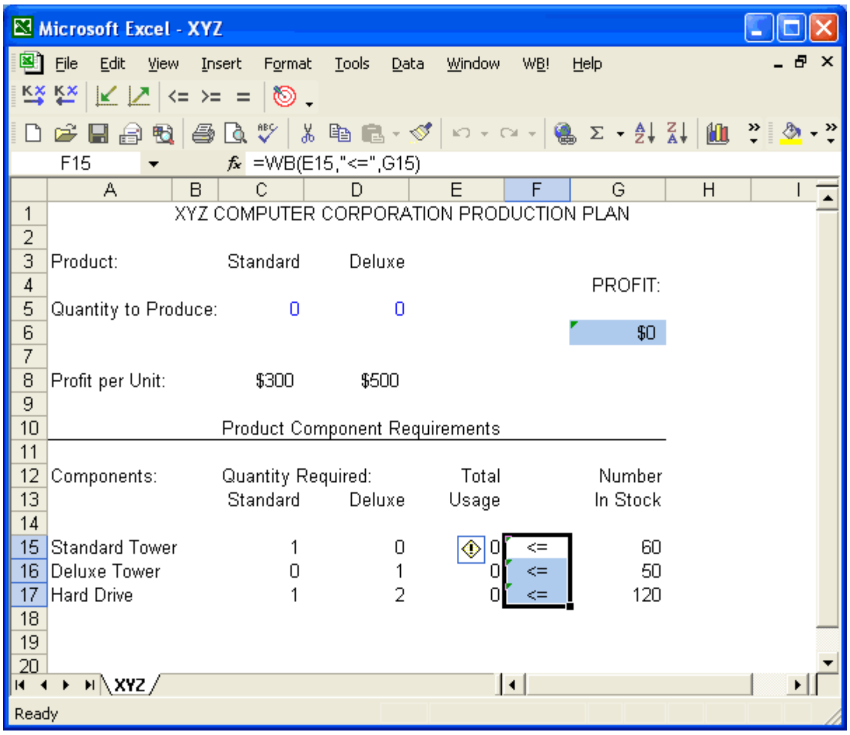
③　制約の指定

　この問題では、材料の総使用量（Total Usage、E15:E17）は在庫数（Number In Stock、G15:G17）以下でなくてはならないという制約が課せられている。この制約式は次のように定式化できる。

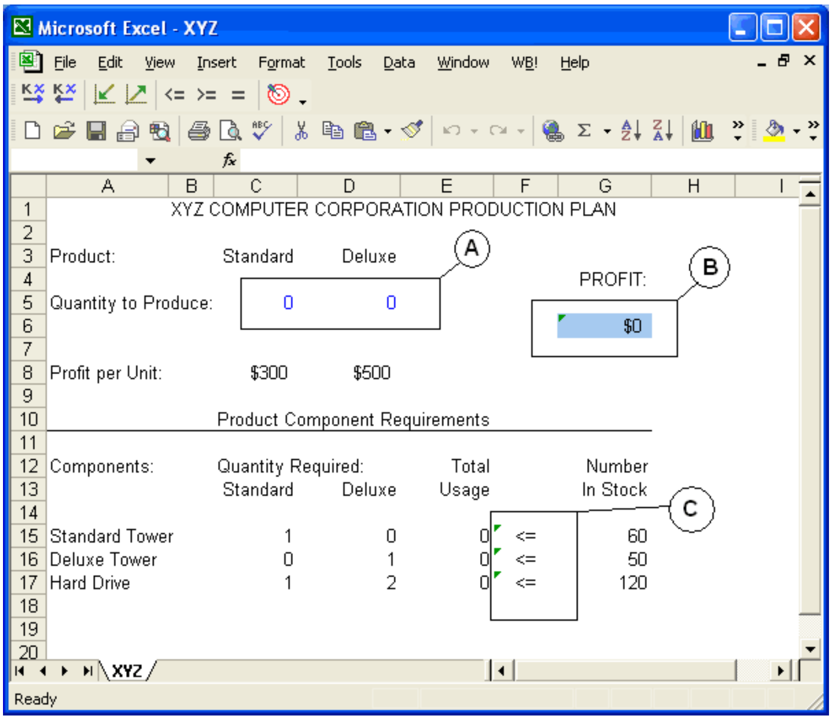
　　　　　「=C5*C15+D5*D15」

　Deluxe タワーと HDD（E16 と E17）にも同様な式を当てはめる。

　制約を指定するには、F15:F17 を選択し、〔Constraints…〕を WB!メニューより選んで〔OK〕ボタンを押す。〔Constraints〕ダイアログ・ボックスには E15;E17 が左辺定数値（LHS）として、=G15:1$G17 が右辺定数値（RHS）として、また=＄F$15:$F$17 が〔Stored in：〕に入力する。制約のタイプはデフォルトで「<=（以下)」が使われている。他に制約を入力する範囲を選択した後、 <= ボタンを使用しても同様の設定が行える。デフォルト設定は 2 章を参照。



　ここでこれまでしたことをまとめてみよう。



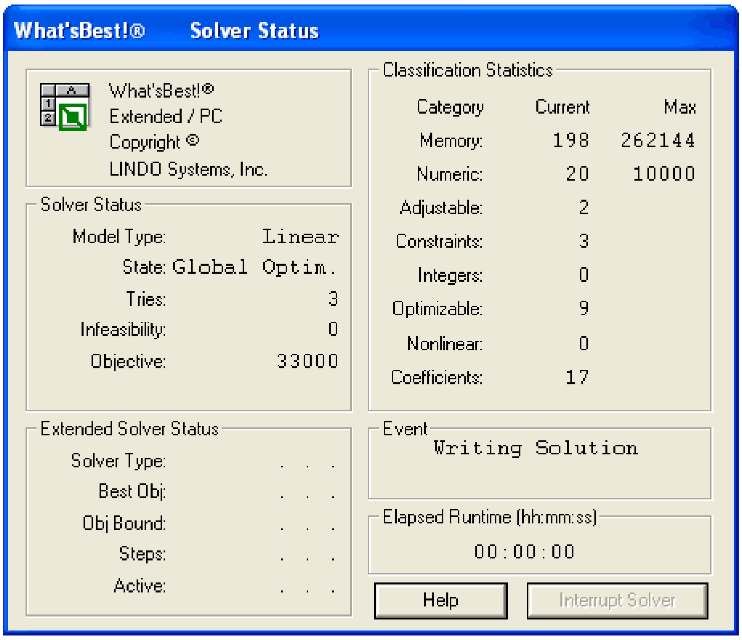
XYZ 社の ABC

A: 修正可能セルの設定：修正可能セルを設定すると、WB!は最適解をみつけるためにそのセル（例えば Quantity to Produce）を変更できる。

B: ベストセルを定義する：XYZ 社の目標は利益の最大化です。この例では、Total Profit（G6）が最適化の目的関数に指定した。修正可能セルを変更し G6 にある数式の解の最適化（最大化）を図ります。

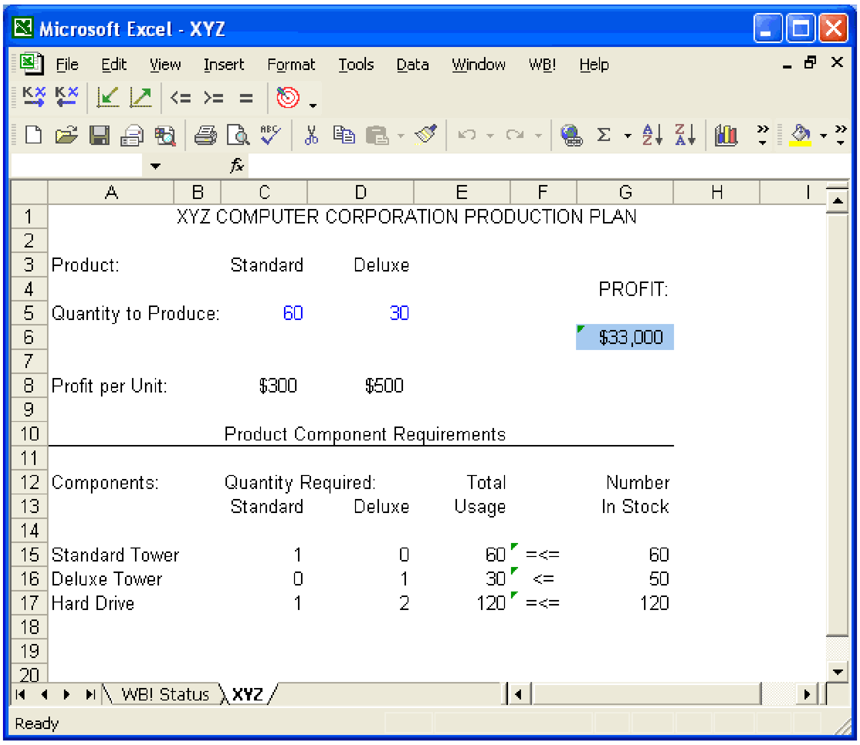
C:制約の指定：XYZ 社の制約は単純に在庫部品の Total Usage（E15:E17）が総在庫数（G15:G17）以下である。これらの制約は F15:F17 にある式で指定できる。

これで ABC の設定が終わり、モデルは完成した。XYZ モデルを解いてみよう。WB！メニューから〔Solve〕コマンドを選ぶか、ツールバーボタンを押すと次のような Solver Status ウィンドウが表示される。



Solver Status ウィンドウはモデルの性質など便利な情報やソルバーの処理状況を表示してくれる。モデルの情報は、解析後にワークシートに追加された WB!Status というタブにも表示されるので、Solver Status ウィンドウが閉じても心配はいらない。Solver Status ウィンドウは 2 章を参照。

解析が終わると、ワークシートに最大の利益が示される。



WB!は限られた資源の中から得られる最大の利益を示す解をみつけ、適切な製造量や、各部品の総使用

量も計算してくれる。現在の利益は＄33,000 です。Deluxe PC をできるだけ作ると想定して What If で計算した$31,000 よりも利益が多い。

（4） WB!と What IF

最適モデルを様々な角度から検討することは、重要なことです。例えば、もし Deluxe タワーが近々20 個あまることが分かったら、利益の最大化よりもこの在庫部品の処理を最大にしたいという目標に変わる。では、Deluxe タワーの Total Usage（E16）を最大化するベストセルに設定しよう。E16 を選択し、〔Best…〕を選んで〔OK〕ボタンを押して再解析して下さい。

WB!は、前回の目的関数セル「Total Profit」を気にすることなく E16 の最大化を行う。Deluxe PC を 50 台作ることで古い在庫部品が完全に使い果たされる。利益は$33,000 から$25,000 に落ちるが、まだハードディスクが 20 あるので Standard PC を作ることができる。

もし、利益が絶対に最低$32,000 必要ならば、「=WB(G6,”>=”,32000)」という新しい制約式を手動で都合の良いところへ追加入力する（ここでは H6 とする）。この新しい制約を入れて最適化すると各モデルを 40 台ずつ作ると利益は$32,000 となり 10 台の Deluxe タワーが余るという結果になる。

この両案を見比べて、最終的にどの案を採用するか決めればよい。

（5） 解析中は…

雛型モデルの解析はすぐに終了するが、大規模なものになると時間かかる場合がある。解を待つ間、Excel（または他のアプリケーション）を使用したければ、計算中の Excel を最小化し、新しい Excel の作業を行えばよい。

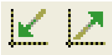
1.5 次のステップへ

3 章と 4 章では、コマンドについてより詳しく説明をするが、4 章は相当の熟練者に必要であるが、筆者を含め多くの読者はデフォルトを用いれば読む必要はない。最適化の基本は 6 章、より実用的な雛型モデルは 7 章を参照。

2章　WB!の基本：ABC 分析

WB!の最も基礎的な3つのコマンドABC（Adjustable、Best、Constraints）を紹介する。ABCコマンドはExcelメニューにあるWB!メニューで選択するか、ツールバーを利用する。

Adjustable 

Best 

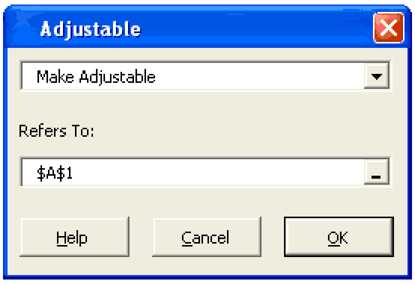
Constraints 

ツールボタンを押すと、デフォルト設定でABCコマンドを実行する。引数としては、現在選択されているセルが自動的に指定され、ダイアログ・ボックスは表示されない。モデルが完了すると、〔Solve〕コマンドかツールボタン（）で最適解の探索を開始できる。

最初は、Excel の雛型モデルを呼び出し Solve で解を求めるだけであるので、本章の理解は不要である。ここでの説明は、雛型モデルを作り替えるときに必要になる

2.1　Adjustable　（修正可能セル、変数）

〔Adjustable〕コマンドで、次のダイアログ・ボックスが表示される。



Adjustable コマンドで、全ての制約条件を満たしつつ目的関数セルを最適化する、修正可能なセルを示す。先ず、ダイアログ・ボックスの上部にあるドロップダウン・ボックスから、適用したいオプションを選択する。これらのオプションの詳細は後の章で説明する。

1)　Make Adjustable
2)　Remove Adjustable
3)　Make Adjustable & Free or Remove Free

そして、設定したいセルの範囲を〔Refers To:〕欄に入力する（デフォルトは、選ばれている現在のセルが表示される)。〔OK〕をクリックすると、この変更が反映される。

(1) Make Adjustable 

モデルを解く前に、WB!は最適化のためにどのセルが変更可能であるかを知る必要がある。変更可能なセルを修正可能セルと呼び、ドロップダウン・ボックスから〔Make Adjustable〕コマンドを選ぶと、選択されている範囲が修正可能なセルに指定される。修正可能セルは、デフォルトでどんな非負値にも設定できる。非負値の指定は、Free で行う。

修正可能セル（または決定変数）は、あなたが直接制御できる量（活動内容）を表す。数学者はそれを（決定）変数と呼ぶ。

- テレビの生産台数
- 広告に使われる費用
- 次の休暇の割り振り
- 特定の株の購入割合

修正可能セルとして、以下のような制御不能なものは適切でない。

- テレビの総合的な需要
- 発注する広告の値段
- 特定の株のリスク
- 2 月のバハマの平均最高気温
- ローカルなビルの制限事項

方程式を含むセルは、修正可能セルではない。WB!は、方程式が修正可能セルで定義されている場合、値を変えることはできるが、方程式自体を書き直すことはできない。よって、WB!は、方程式、テキスト、ブランクを含むセルは、修正可能セルと認識しない。すなわち、修正可能セルは数値である必要がある。

注：WB!は、セルを修正可能セルに設定すると、そのセルに自動的にあらかじめ設定された Adjustable スタイルを取り込みます。フォントの色などを自由に変更できる。修正可能セルに、読者が任意の値を与えて目的関数を計算することが、WhatIf 分析である。しかし、あれこれ施行するよりも、最適化で最適解が簡単に求まり、利益と生産性が上がる。

(2) Remove Adjustable 

〔Remove Adjustable〕を選ぶと、修正可能セルが修正不可能な状態に戻り固定セルになる。〔Make Adjustable〕が指定されない限り、セルのデフォルトは固定セルのままです。修正可能設定が解除されると、フォントは青から元の色に戻る。モデルを解いた後、修正可能セルを幾つか〔Remove Adjustable〕新しい値に固定し、制約条件を付けくわえて残りの修正可能セルで再計算できる。

役に立つ WhatIf 分析は、最適結果を見て、重要な幾つかを固定し、条件を加えて別の案を検討することである。

(3) Make Adjustable & Free or Remove Free

修正可能セルは、デフォルトで非負に制限されている。負にもなりうる修正可能セルを、自由変数と呼ぶ。〔Make Adjustable & Free or Remove Free〕コマンドは、修正可能セルが負の値も扱えるように設定する。このコマンドは、自由変数を通常の修正可能セルに戻す（下界を 0 に）ためにも用いる。これを選んで〔Adjustable〕ダイアログ・ボックスの〔OK〕ボタンをクリックすると、〔Free〕ダイアログ・

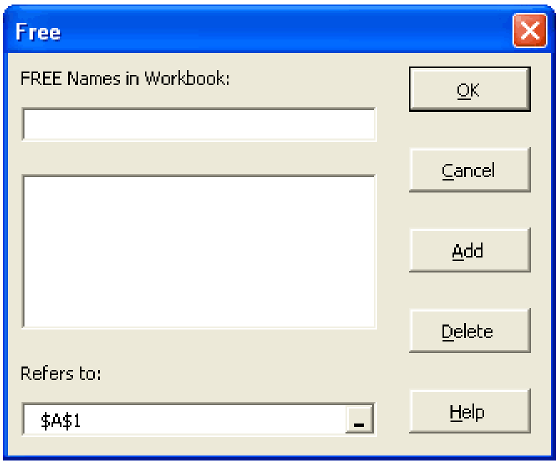
ボックスが表示される。

〔Refers To:〕には、修正可能か、固定に設定するセルの範囲を入力する。デフォルトで、現在選択されているセルがこの欄に表示される。

注:　修正可能セルを、保護したり隠したりしないで下さい。

2.2　Free（自由変数）

〔Make Adjustable　&　Free or Remove Free〕コマンドを選ぶと、次のダイアログ・ボックスが表れる。

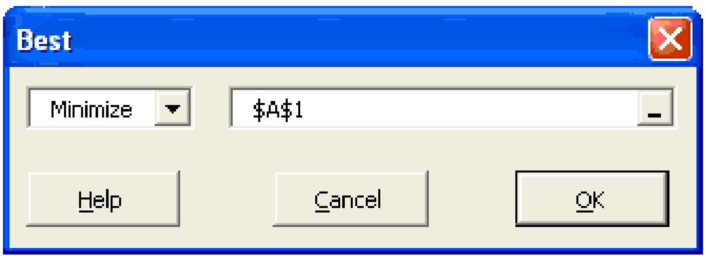


自由変数にしたいセルや範囲を〔Refers to:〕欄に入力する。次にその範囲に名前をつけ、〔FREE Names in Workbook:〕欄に入力する。名前は、文字を組み合わせてつける。この後〔Add〕ボタンを押すと、選択したセルに WBFREE という範囲名が割り当てられ、〔Free〕ダイアログ・ボックスにリストされる。例えば、〔Free Names in Workbook:〕欄で「Buysell」という名前を入力し、〔Add〕ボタンを押すと選んだセルに WBFREEBuysell という範囲名が与えられる。これらの名前に、他のセルと同じ名前を使用できない。

セルがすでに修正可能に設定されている場合、上記に従って Adjustable & Free にすることができる。自由変数の指定を解除する場合は、WBFREE で始まる範囲名をクリックし、〔Delete〕ボタンをクリックする。テレビの製造個数等を表す場合、負の値をつけても意味はない。しかし、株売買の取引は正の値は買い、負は売りを表すので修正可能セルを Free で自由変数にすると便利です。

2.3　Best…　（目的関数）

〔Best〕ダイアログ・ボックスでは、目的関数の「Maximize(最大化)」、「Minimize（最小化)」、あるいは「None（指定しない)」、を選ぶことができる。〔Best…〕コマンドで、次のダイアログが表われる。



ダイアログ・ボックス左側のドロップダウン・ボックスから、次のオプションが選択できる。

1)　Minimize

2)　Maximize

3)　None

〔Best〕ダイアログ・ボックスの右側に設定したいセルのアドレスを入力する。手入力でなく、事前にそのセルを選択しておく方が簡単である。デフォルトは、現在選ばれているセルが入力する。〔OK〕ボタンを押して Best セルを定義して下さい。

(1)　Objective:

① Minimize と Maximize： 

Best セルのドロップダウン・ボックスから〔Minimize 〕か〔Maximize 〕を選び、ベストセルを最小化するか最大化するかを決定する。**ベストセルは、目的関数**とも呼ばれ、最適化の過程で最小化あるいは最大化するセルを指定し、最適化の目的関数を含む「修正可能セル」か「修正可能セルを含む式」である。

最適化では、一般的に費用の最小化あるいは利益の最大化が計算される。しかし、どんな修正可能セルやそれらを参照する方程式も最適化できる。1 章の XYZ 生産問題では、目的関数は Standard PC あるいは Deluxe PC の生産台数から得られる最大利益を計算した。**よく見られる最小化の目的関数として、浪費、紛争、時間、余剰、リスク**がある。最大化は、総生産量を表す方程式などの具体的なものでも、従業員の仕事満足度や顧客サービスの効果などの曖昧なものでもかまわない。

最大化あるいは最小化すべきセルは 1 つです。ベストセルを再指定すると、前に指定したベストセルは解除される。

複数の目的関数がある場合は、

1）一方を目的関数セルにし、他方を制約セルにする、

2）2 つに重みを付けて 1 つの式にして最適化する

のどちらかで、ベストセルを 1 つのみ指定する。

例えば、生産量を最大に、製造費用を最小にという 2 つの目標がある場合、この 2 つの間にはトレードオフが成り立ち、次のようなやり方ができる。

1)　費用をある一定額以下という制約のもとで利益の最大化を計る。

2)　利益をある一定量以上という制約のもとで費用の最小化を試みる。

3)（生産量 － 費用）という 1 つの目標を作り、この値を最大化する。あるいは重みをかけてもよい。

② None：

None の指定で、以前に指定したベストセルが解除できる。もし、ベストセルを指定しなければ最大化や最小化を行なわないで、制約を満足する 1 つの解を見つける。これはゴールシーキングあるいは Backsolving と呼ばれている。

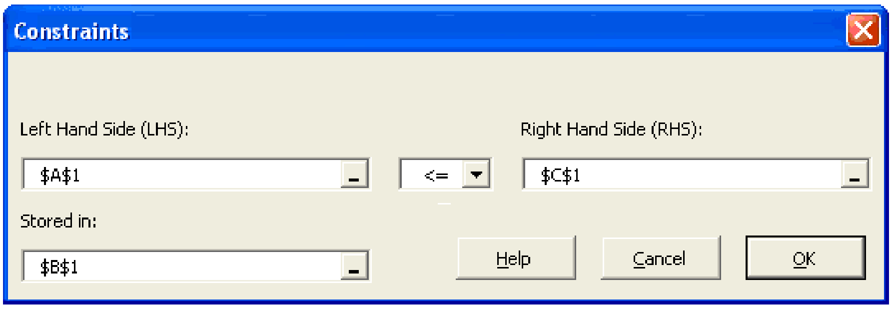
ベストセルを指定しないでモデルを解くと、計算後の Status Report に“No Best Cell Specified”というメッセージが表示される。これは、〔Options|General〕コマンドの〔No Best Cell〕チェックボックスにチェックを入れることで解除できる。3 章を参照。

(2)　Cell の範囲:

このテキストボックスで、最大化あるいは最小化したいセルを指定する。WB!は、現在選ばれているセルを自動的に表示する。これが正しいセルでないなら、正しいセルを入力するか、カーソルで選ぶ。

2.4 Constraints… : <= >= =

〔Constraints〕コマンドは、モデルの制約を指定するのに用いる。



制約式を定義するには、制約の左辺・右辺と制約を表示するセルを指定する。これらはそれぞれ〔Left Hand Side(**LHS**):〕、〔Right Hand Side(**RHS**):〕、〔Stored in:〕欄に入力する。次に、ドロップダウン・ボックスから次のオプションを選ぶ。

1) >= (以上)

2) <= (以下)

3) = (同等)

〔OK〕ボタンをクリックすると、制約条件が設定する。指定しなければデフォルトで「<=」が入力される。「None」を選ぶと、空白に設定する。

注： 数理計画法の制約は、“>”や“<”といった強い不等号条件ではなく、必ず等号の入ったゆるい制約（“>=”や“<=”）になる。

Left Hand Side(LHS): 、Right Hand Side(RHS):、Stored in:

これらのテキストボックスに、制約に関係するセルや範囲を指定する。WB! は、現在選ばれているセルの左側のセルを自動的に〔Left Hand Side(LHS):〕に、右側のセルを〔Right Hand Side(RHS):〕に、現在のセルを〔Stored in:〕欄に表示する。行を選ぶと、行の上のセルが LHS に、下が RHS に選ばれる。間違っている場合、正しいセル範囲を入力するか、カーソルで正しい範囲を選択して下さい。複数の行と列が選ばれていると、WB!は認識できないので範囲をダイアログ・ボックスに正確に指定する。

制約条件が指定されると、WB!は〔Stored in:〕欄で指定されたセルに WB と呼ばれるワークシートを挿入する。制約セル（複数の場合その内の 1 つ）をクリックし、Excel の数式バーをみてみると、作成された WB 関数をみることができる。例えば、B1 をクリックし、〔WB|Constraints…〕コマンドを選択して〔OK〕ボタンを押す。すると、「=WB(A1,”<=”,C1)」という制約式が B1 に表示される。この式は、A1 が C1 以下であることを示す。また、B1 を選び、**<=** ボタンをクリックするか制約式を直接セルに入力する方法でも挿入できる。WB!コマンドを用いると簡単ですが、他の方法で行う方が、式の作成時にコピーしたり、修正したり、セルに直接式を入力できる。

注： 保護されたシート上で、制約を含むセルをロックしたり隠したりしないこと。

2.5　Constraints の利用ガイド

現実の世界で、意思決定は常にある種の制約を受けている。鉄鋼業では、鉄鉱石、石炭、軽金属、電力などの限られた資源を購入予算枠の中で賄う必要がある。また、注文は納期通り、そして仕様通りに顧客に届ける。さもなければ仕事を失う危険がある。このような制限を、数理計画法用語で制約と呼ぶ。WB!は、制約を説明するのに“>=”、“<=”、“=”を用いる。

(1)　制約の入力

WB!は、幾つかの方法で制約式を生成できる。関数を自動的に生成するために、〔Constraints〕ダイアログ・ボックスやツールボタンを用いるか、他のスプレッドシート関数と同じく制約関数をマニュアル入力で作成できる。また、VBA を用い、セルの式として制約関数を自動的に入力できる。〔Constraints〕ダイアログ・ボックスとツールバーは使い易いが、マニュアル入力の方が柔軟性がある。

VBA を使用した制約の入力法は、最新の WB!の英語の原文が LINDO Systems Inc. あるいは LINDO Japan の HP から無償で入手できる。英語のマニュアルや解説書は、原則無料です。

制約を表すために、WB!は WB という名前の関数を Excel につけ加える。WB 関数のシンタックスは次の通りです。

=WB（右辺,“制約のタイプ”,左辺）

“右辺”と“左辺”は、1 つのセルアドレス、数、数式で表される。次のような制約を考えてみよう。

・資源制約：広告費用は＄10,000 以下である。

・達成要求制約：広告の効果は少なくとも 100 以上である。広告費用を表す修正可能セルが B3 で、D3 が値 10,000 を持つ固定セルだとする。

制約を実行するためならば、そのスプレッドシート上のどこにでも制約式「=WB（B3,“<=”,D3)」を入力してもかまわない。今回、外見的に見栄えが良いように C3 に入力した。同時に C6 のセルに「=WB（B6,“>=”,D6)」という制約を入力する。

WB!は、これらの制約を満たすよう最適化する。B3 の最小化を目的関数とすると、プログラムは最小の費用になり、広告効果が最低 100 の値を選ぶ。B6 を最大化したい場合は、費用が＄10,000 以下で、広告効果が 100 以上の最高の値を選ぶ。

この他にも複雑な表現ができる。例えば、C3 に「=WB(B3,“<=”,10000)」を入力して、D3 を削除する。〔Constraints〕コマンドを用いると、“左辺”は 1 つのセルを参照し、“右辺”は「1 つのセル」、「1 つのセル範囲」、「数値」を参照できる。制約式をマニュアルで入力する場合、「=WB（B3-B11,“<=”,D3+D11)」のように演算子の両側に計算式を用いることが可能です。

(2)　制約式の表示

〔Options｜General〕コマンドにある〔Display〕ボックスの〔Constraint〕オプションは、インディケータあるいはスラックのいずれかで制約を表現する。

インディケータ（デェフォルト）を用いると、制約は次の 8 つのインディケータの中の 1 つで表示される：<=、>=、=<=、=>=、Not<=、Not>=、Not=、=。スラックに設定すると、スラック値で表される。詳細は、3 章を参照。

LHS は以下の場合	次が格納	RHS は以下になる
1 個のセル	1 個のセル	1 個のセル
*範囲	同じ 形 and サイズの範囲	1 個のセル
*1 個のセル	範囲	同じ 形 and サイズの範囲
範囲	同じ 形 and サイズの範囲	同じ 形 and サイズの範囲
* LHS の 1 個のセルや範囲を 1 個の RHS のセルや範囲 にする.		

(3)　制約に関する問題

制約が適確に定式化されていないと、問題の原因となる。

①　制約の不足で非有界になる場合

1 章の XYZ 問題に戻ってみよう。もしモデルに制約式を含むのを忘れて最適化を行なうと、WB! は “Solution Status:Unbounded” というエラー・メッセージを WB！Status ワークシートに出力する。これはモデルに適切な制約式がないために起こる。生産に用いることができる部品数に制限がなければ、PC を無限に生産でき、利益を増加できる。WB!は制約式が足りないことを認識し、問題が**非有界**であることを指摘する。実際の生産では、プラントの生産能力や人員のように原材料や部品に対して制約がある。これらを欠くと、非有界になる。また、間違ったセルを最大化したり、最小化すべきものを最大化したりしても、非有界になる。

このように、目的関数の値が無限になる場合に、このメッセージがでます。

②　実行不能解（線形の場合）

もし、既存の制約式の幾つかと相反する制約を加えると、どうなるだろうか。XYZ 問題で、Deluxe PC を 60 台以上生産するという制約式を加えると、WB! は “Solution Status:No Feasible Solution Found” というメッセージを表示する。元の制約式は、50 個以上の Deluxe タワーを使用できない。「少なくとも 60 台以上の Deluxe PC を作りたい」という新しい制約式は、この最初の制約式の制限を越えている。

このように、すべての制約式を満足しない LP 解を見つけると、このメッセージが出力される。実行不能解を出した制約式の状態を確認することで、どのように定式化し直し、実行不能な解を減らすかを見つけることができる。

②　実行不能解（非線形）

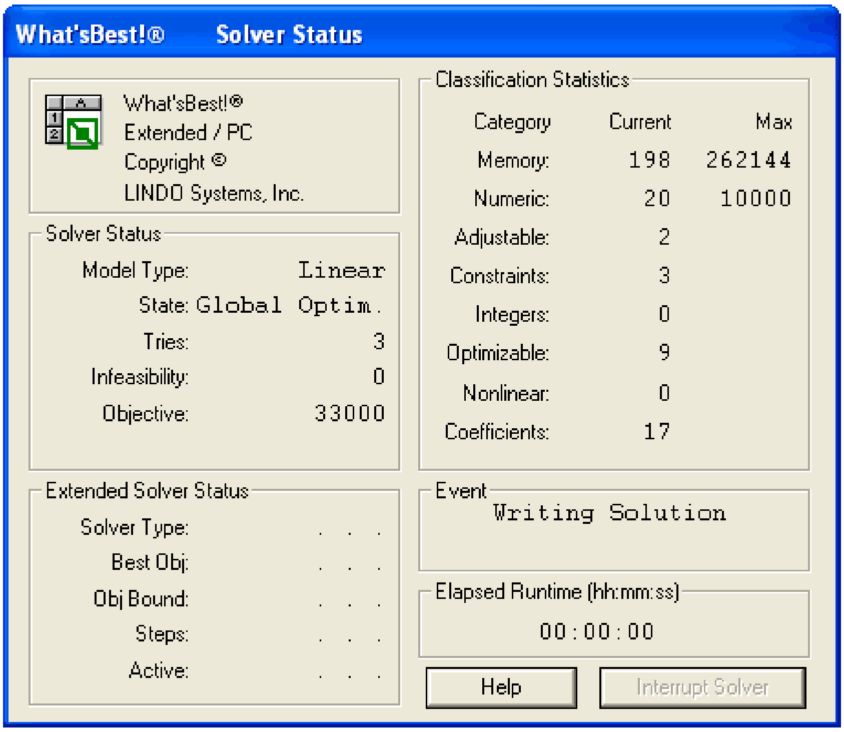
非線形問題では、“Solution Status:No Feasible Solution Found” は、必ずしも全ての制約条件を満たす解がないということを意味しない。単に修正可能セルに入れた初期解からは、答えが見つからないということを示す。もし実行可能解があることが分かっている、またはそう思われる場合は、実行可能解やそれに近いと考えられる値を初期値に与えて解いてください。

他の方法として、indicator より、むしろ slack をチェックすることです。そうすると、どの制約が満足な状態から隔たっているかが分かる。そして、修正可能セルに “妥当な初期値”（educated guess）を入れて下さい。その値は制約式を満たし、この値を初期値として再び計算を試みる。6 章を参照。

2.6　SOLVE 

ABC（Adjustable、Best、Constraints）を指定し終わると、モデルを〔Solve〕で解くことができる。Solve コマンドを選ぶと、作成したモデルが直接 WB!のソルバーに送られ、Solve Status ウィンドウが表

示される。



Solver Status ウィンドウは、計算中に表示され、定期的に更新される。ソルバーが計算を完了すると、WB！Status という新しいタブが追加され、解を出力する。これを Status Report という。デフォルトでは、WB!Status Report だけを作成する。Status Report は、モデルと解の分析結果を含み、Solver Status ウィンドウに表示される情報のハードコピーです。詳細は、3 章のレポート節を参照。

Solver Status ウィンドウにある〔Interrupt Solver〕ボタンで解析を中断できる。中断した場合、整数問題でない限り、有用な情報は得られない。整数問題の場合のみ、その時点で見つかっている一番良い解を表示する。

WB!ソルバー・ステータスボックスの情報の定義は、次の通りです。

・**Model Type**：　モデルが属するタイプ（Linear、Linear/Integer、Nonlinear、Nonlinear/Integer、Quadratic、Quadratic/Integer のどれか）を表す。詳細は 6 章を参照。

・ **State**：　現在の解の状態。Feasible（実行可能解）、Infeasible（実行可能解なし）、Unbounded（非有界）のどれかを示す。詳細は、6 章を参照。しかし、整数モデルを解く場合、WB!は初めの整数解を見つけるまでは、線形問題を LP Feasible、非線形は NLP Feasible を示す。見つかった後は Integer Feasible となる。

・ **Tries**：　現在のモデルを解くために繰り返された数を表す。値は定期的に更新される。

・ **Infeasibility**：　満たされていない制約条件の数を表す。この値が 0 なら、全ての制約条件を満たしているという意味です。しかし、整数計画法の場合は、全ての整数制約が満たされていない場合もある。

・ **Objective**：　最大化/最小化された現在のセルの値。

- **Solver Type:** 使用されている特別なソルバーの種類（Branch-and-Bound、Global、Multistart）を示す。
- **Best OBj:** みつかった中で一番よい実行可能解の値を示す。
- **OBj. Bound:** 目的関数値の論理的な境界を表す。WB!は、始め制約のない状態でこの値を求めることで境界を決定する。次に解の探索木を探りながら範囲を狭めていく。この理論的な境界は、目的関数値の最高値を知るのに便利です。長期の解析の場合、ある時点の解がこの値に十分近ければ中断できる。
- **Steps:** ソルバーの繰り返し数。
- **Active:** 未解析の下位問題の数を示す。
- **Memory:** モデルを解くためにワークスペースに割り当てられるメモリ量を示す。〔General Options〕ダイアログ・ボックスで設定できる。
- **Numeric:** モデルにある総数値セル数（数字と定式を含むセル）を示す。〔General Options〕ダイアログ・ボックスで設定できる。
- **Adjustable:** モデルの総修正可能セル数を決める。
- **Constraints:** モデルの総制約数を示す。
- **Integers:** 整数制約を含むセルの総数を示す。
- **Optimizable:** 修正可能なセル、制約式を含むセル、修正可能セルを参照する式を含むセルの総数を示す。すなわち、修正可能セルと直接あるいは間接的に修正可能に関わるセルの総数を示す。
- **Nonlinear:** モデルに対して非線形な総セル数を示す。非線形とは、式が変数の変化に対して非線形なことである。例えば、$x+y^2$は、y に関して非線形である。しかし、x に関しては線形です。よって、y は非線形にカウントされるが x は非線形にカウントされない。
- **Coefficients:** ベストセルの係数と修正可能セルで作られた全ての式の総数を示す。数学者はこれを、非ゼロ要素数と呼ぶ。
- **Elapsed Runtime:** ソルバーの計算時間を、時間、分、秒で表す。

〔Classification Statistics〕欄の下にある〔Event〕欄には、ソルバーが現在解析のどの処理を行っているかが表示される。上記の例では、「Writing Solution」となっており、解を書き出していることが分かる。ここに表示される状態は次の 6 つの内のいずれかである。

① Reading Worksheet
② Classifying Variables
③ Linearizing Formulation
④ Building Formulation
⑤ Solving
⑥ Writing Solution

最終段階では、解析結果である修正可能セルに算出された値を直接スプレッドシートに置き、要求されたレポートに報告する。

最適解を得るためには

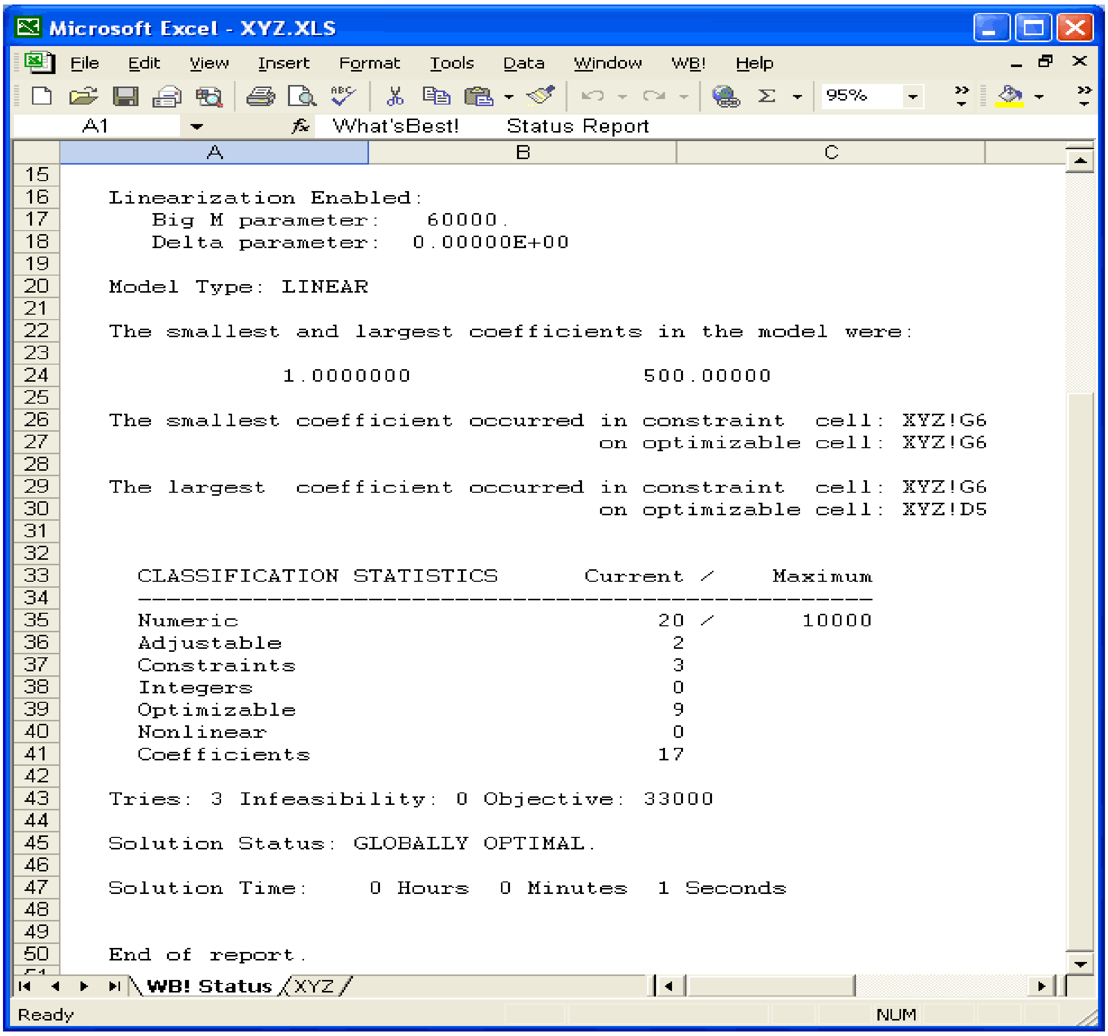
スプレッドシートに表示された値を吟味したり、Status Report や Solution Report で結果を検討でき

る。時には、最適解に近い目的関数が定まり、ベストセルを見ただけで満足する場合もある。しかし、そのような場合でも、Status Report を見てモデルがうまく解けたことを確認することが大切です。Status Report は、モデルや結果の詳細を提供してくれる。

モデルをより詳しく理解するためには Solution Report を見てください。Solution Report は、ABC の分析結果、初期・最終値、そしてセルの位置を報告する。Status Report と Solution Report の生成は〔General Options〕ダイアログ・ボックスで設定できる。

エラーまたはワーニングが出され、ソルバーが解析を完了するのが妨げられた場合、デフォルトでエラーまたはワーニング・メッセージを表示するために Status Report が開きます。このメッセージの中には、ソルバーが遭遇した問題の説明と問題改善のアドバイスが含まれている。中断した場合にレポートを自動的に表示するかしないかは、〔General Options〕ダイアログ・ボックスに表示される。

XYZ モデル解析結果の Status Report は、下記のようになる。



Status Report には次のような内容が含まれている。最初に、Solver Status ウィンドウに含まれる最終的な結果が表示される。出力される内容は次の通りです。

・ **Solver memory allocated:** ソルバーに配分されたメモリをキロバイトで表す。この数字は、

〔General Options〕ダイアログ・ボックスの Static Memory で設定されている。もし配分されたメモリが不十分であれば、エラーが表示される。

- **Linearization Enabled**： このメッセージは、モデルの線形化が行われたことを示す。Big M や Delta Coefficients などを含む線形化の設定は〔General Options〕ダイアログ・ボックスで制御できる。
- **Model Type**： あなたのモデルが、Linear、Linear/Integer、Nonlinear、Nonlinear/Integer、Discontinuous Nonlinear、Discontinuous Nonlinear/Integer、Quadratic、Quadratic/Integer のどのタイプかを示す。
- **Smallest and largest Coefficients**： これは、**モデルを解くために生成された式の中で、変数の最大と最小の係数を表している**。これらの値は、モデルのスケーリングがどれだけよいかを判断するのに用いる。**これらの 2 つの値の比を減らすことは、ソルバーの丸め誤差を減らすことになる。10%を超える比は高いと判断され、0.0001 より小さい最小値は小さすぎる係数、1,000,000 より大きな最大値は大きすぎる係数と判断**される。
- Classification Statistics：

Numeric：モデルに含まれる数値セル（数値や式や関数を含むセル）の総数。テキストを含むセルは含まれません。

Adjustable：モデルの修正可能セルの総数。

Constraints:制約を含むセルの総数。

Integers：整数指定されたセルの数。

Optimizable：修正可能セル、制約セル、修正可能セルから作られた式を含むセルの合計。

Nonlinear：モデルで非線形になる修正可能セルの数。その変数の変化に対して、式が非線形になるときに、その変数を非線形と判断する。例えば非線形式の（$x+y^2$） を考えよう。この式は、y に関して非線形であり、x に関しては線形です。このため、y は Nonlinear の数にカウントされるが、x はされない。

Coefficients:ベストセルと修正可能セルが関係する全ての式に含まれる係数の総数。

- **Tries**：モデルを解くのに用いられた繰り返し数を表す。
- **Infeasibility**： 制約式が違反される量を示す。これが 0 であれば、全ての制約式が満足されているという意味です。しかし、整数計画モデルで、この値が 0 であっても、全ての整数制約が満足しているという意味ではない。
- **Objective**： （ベストセルがある場合）最大化または最小化されたセルの値を示す。
- **Best integer value**： 整数計画法モデルで、最適な整数計画法の目的関数の値を示す。
- **Theoretical Limit**： （整数計画問題のみで）最適な整数解の理論的な限界を示す。WB!は、先ず整数制約のない LP モデルを解いて、この値を決める。そして解の探索木を探りながら、この値を狭めていく。理論的な制限は、目的関数の値がどれ位最適解に近づいていくかの良い情報を与える。整数計画モデルを長く実行していると Best Integer の値が Theoretical limit に十分近いと、ソルバーを中断することも考えられる。
- **Solution Status**： これは解の最終状態を示す。可能な状態は、Locally Optimal【局所最適解】、Globally Optimal【大域的最適解】、Unbounded【非有界】、No Feasible Solution【実行可能な解がない】と Undetermined【不明】です。
- **Optimality Conditions**： 非線形モデルで、局所最適である解の状態が“SATISFIED” か“UNCERTAIN”

かを表す。

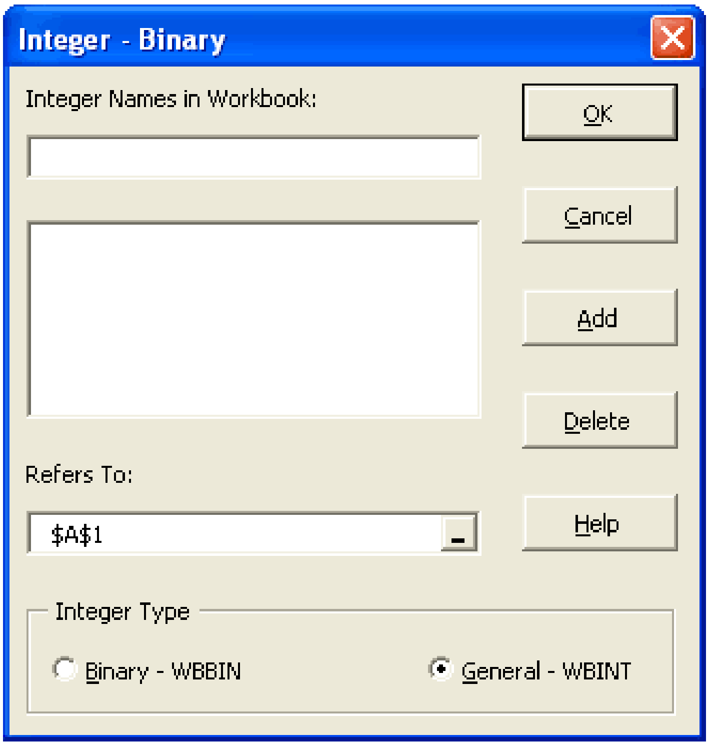
- Solution Time: 計算時間を時間、分、秒で表す。

3章　高度なコマンド

WB!は、高度な分析を行なうコマンドを備えている。特に、感度分析、整数計画法の指定、レポートの種類や書式の変更、ソルバーの効率性の制御、特定のセルの探索などを行なえる。こういった高度なコマンドの理解が、より良いモデルの構築やより正確な解を得ることを可能にする。

3.1　Integer…（整数変数の指定）

Integer コマンドは、修正可能セルを整数変数に設定する。整数変数として、2値（0/1）あるいは一般整数として定義できる。一般整数は、非負の整数値（0,1,2,・・・・）を返す。Integer ダイアログ・ボックスは次のように表示される。



整数変数に設定するには、〔Refers to:〕に整数変数にしたいセルやセル範囲を指定し、〔Interger Names in Workbook:〕欄にセルの範囲名を入力する。そして、〔Integer Type〕欄から〔Binary-WBBIN〕あるいは〔General-WBINT〕ラジオボタンを選び、〔Add〕ボタンを押すと WBBIN あるいは WBINT の範囲名のついたものが Integer ダイアログ･ボックスにリストされる。指定した整数制約を削除したい場合、〔Integer〕コマンドを選んで、削除したい範囲名をクリックし、〔Delete〕ボタンを押す。整数変数を指定すると、計算時間が著しく増えてしまうため、必要時以外は設定しない方がよいでしょう。

(1)　ワークブックでの整数名

モデルのどのセルが整数であるかを表すために、範囲名を用いる。範囲名は、どんな組み合わせの文字でもかまわない。整数に設定すると、範囲名の前に「WBBIN」あるいは「WBINT」がつけ加えられる。例え

ば、〔Integer Named in Workbook：〕欄に一般整数変数として“Quantity”を入力すると、WBINTQuantity が範囲名となる。

(2)　Refers to：

このテキストボックスに整数変数にしたいセルの範囲を指定する。現在選ばれているセルの範囲が自動的に表示される。もし正しくないなら、正しい範囲を入力するか、カーソルで正しいセルの範囲を選択して下さい。

(3)　Binary-WBBIN

〔Refers to：〕欄で指定したセル範囲を 0/1 の整数変数にしたい場合、〔Binary〕ラジオボタンをクリックする。この指定は、yes/no、開く/閉じる、買う/買わない、の決定や区分線形関数を定式化するのに便利です。セルがバイナリに指定されていると、そのセルに 0 か 1 を返す一番よい解を探す。

(4)　General-WBINT

一般整数変数を指定したい場合は、〔Integer Type〕欄で、〔General〕ラジオボタンを選ぶ。一般整数変数の（0/1,2…）は、実数の結果がまずい場合に便利です。個人的なスケジュール、購入/販売で丸められたロット数、離散的な積荷問題などが例として挙げられる。セルが一般整数に指定されていると、そのセルに自然数を返す一番よい解を探す。

(5)　整数計画法の実行時間

整数計画法は、計算に膨大な時間がかかる。整数計画法を含んだ非線形モデルでは、それが初歩的なモデルである場合や、特別な制約が設定されていない限り、短時間で解を求めることは困難な場合がある。効率をよくするために、Tolerance や Hurdle(known IP)といったオプションを設定して下さい。これらの設定で、計算時間を大幅に短縮できる。このオプションは、Options Integer Solver 節を参照。

3.2　Options…

Options コマンドでは、WB! がどのように実行され、モデルをどのように表示するかを設定する操作上のパラメータを変更できる。

WB!メニューの〔Options〕コマンドの下に、次の 7 個のサブコマンドがある。

- General…
- Linear Solver…
- Nonlinear Solver…
- Global Solver…
- Integer Pre-Solver…
- Integer Solver…
- Reset to Default…

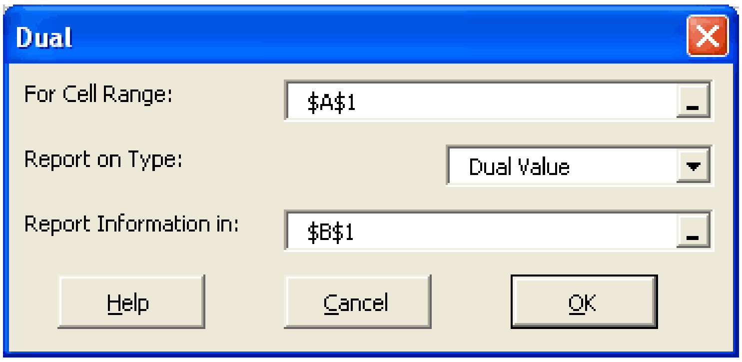
コマンドのダイアログ・ボックスから、オプションを選んで〔OK〕ボタンを押すと設定できる。オプションをデェフォルト値に戻したい場合、〔WB!|Options…|Reset to Default〕コマンドを選ぶ。サブコマンドについて詳しくは、4 章参照。

3.3　Advanced…. |Dual…

〔Dual〕コマンドは、選んだセル、あるいは範囲の双対価格をレポートするのに用いる。レポートを範

囲で指定した場合、〔Report Information in:〕は〔For Cell Range:〕と同じ範囲となる。

双対価格のオプションとして、Dual Value、Upper Range and Lower Range がある。Dual Value は、セルか範囲の双対価格を定義する。また、Upper と Lower Range は、双対価格の上限と下界を指定する。解に対するこれらの値の影響を見ることを感度分析と呼ぶ。このコマンドを選ぶと、次のダイアログ・ボックスが表示される。



(1)　**For Cell** Range:

これは、双対価格をレポートしたいターゲットセルの範囲です。現在選ばれているセルの左側のセルを自動的に表示するか、行が現在選ばれておればその上の行のセルが自動的に選ばれる。正しい範囲が指定されていないなら、範囲を直接挿入するか、カーソルで選ぶ。

(2)　**Dual Value**

〔Report on Type〕から〔Dual Value〕を選ぶと、〔For Cell Range〕に指定したセルの修正可能セルあるいは制約セルの双対価格を返す。双対価格の関数を入力するには、双対価格を求めたいセル上にカーソルを置き、〔Report on Type〕欄より Dual Value を選ぶ。そして、〔Report Infromation〕ボックスに結果を表示させたいセルを入力する。

注：制約の双対価格を得るには、制約の右辺定数ではなく、必ず制約関数を含むセルを指定すること。

(3)　〔**Upper** Range **and Lower** Range〕

〔Report on Type:〕から〔Upper Range and Lower Range〕を選ぶと、双対価格の有効上下限値を返す。すなわち、制約あるいは修正可能セルの双対価格が変化しない範囲の上下限値です。

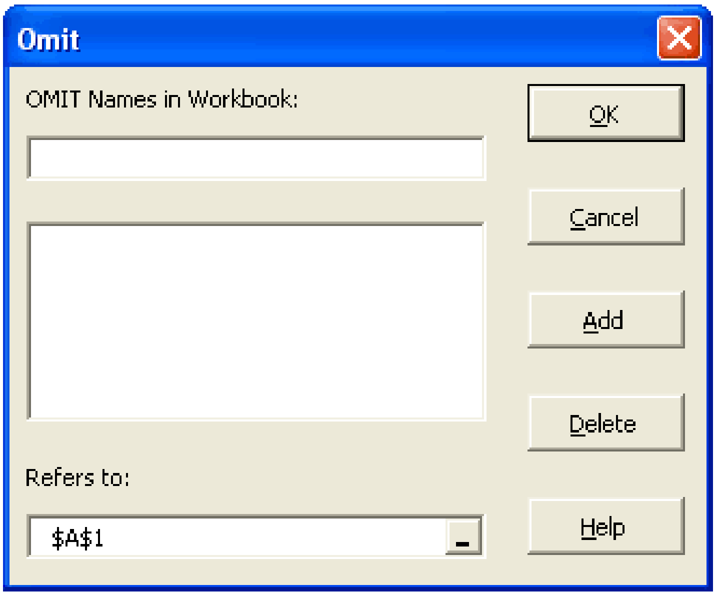
注：上下限値の計算は、計算時間の増大につながる。そのため、情報を得ることのメリットと計算時間の増大のトレードオフを考えて判断しよう。大きなモデルの場合は、特に慎重に考えましょう。

〔Report Information in:〕　ここに双対情報を表示させたいセルの範囲を指定する。指定しないと、WB!が自動的に現在選択されているセルを入力する。

3.4　Advanced | Omit…

〔Omit〕コマンドで、数理計画の計算に必要のないセルを指定し、ソルバーが無視するように設定できる。ソルバーはオミットされたセルを無視するため、計算時間を短縮できる。このコマンドを使用する

と、次のダイアログ・ボックスが表示される。



適切に使用すると、解析時間を大幅に短縮できる。しかし、十分に注意を払って使用してください。

(1)　OMIT Names in Workbook: and Refers to:

モデルのどのセルをオミットするかを範囲名で指定する。目的関数のセルの範囲は〔Refers to:〕欄に、現在選択されている範囲が自動的に表示される。他の範囲を指定したい場合は、選択しなおす、または再入力する。

次に、〔OMIT Names in Workbook:〕欄に名前を入力し、〔Add〕ボタンを押すと、WBOMIT 範囲名が真中の Omit ダイアログ・ボックスにリストアップされる。指定された名前の前には、WBOMIT というプレフィックスがつく。

オミット制約を省きたいなら、〔Advanced | Omit〕コマンドを選んで、省きたいオミット範囲名をクリックし、Delete ボタンを押す。

(2)　何をオミットすべきか

計算時間の短縮のために、ワークブックの一部を〔Advanced|Omit〕コマンドを使い、計算の対象外にすることができる。数理計画問題を解くのに関係のない数値セルや方程式があるならば、それらをオミットすると良いでしょう。

例えば、あるセルが評価やレポートのために用いられていて、計算とは無関係としよう。これらのセルがサポートされていないスプレッドシート関数を含んでいたとしても、オミットで指定することでその関数で引き起こされるエラー・メッセージは表示されなくなる。

特に最適化の結果を用いて報告書を作成したり、そこにグラフを用いている場合は、OMIT で最適か計算から省くべきである。

(3)　何をオミットしてはいけないか？

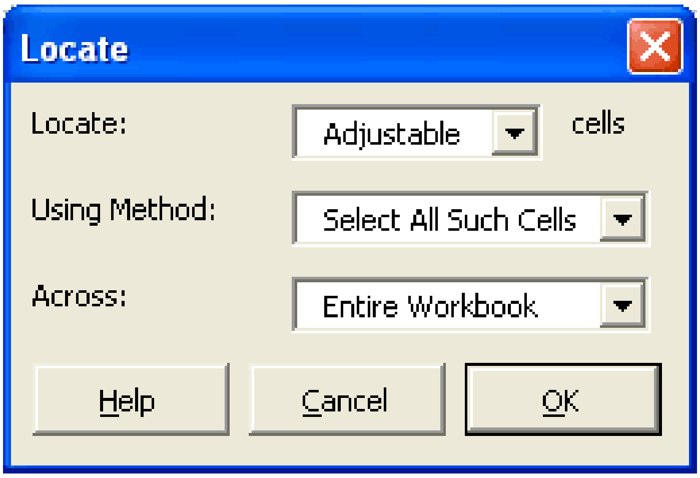
WB!は、オミット範囲内にある全てのセルの値や方程式を無視するため、オミット範囲に解析する問題に関連する情報が含まれていてはいけません。例えば、次のものは以下の理由で注意を要する。

- 修正可能セル：　オミット範囲内の修正可能セルは計算で修正されない。

- 制約セル： オミット範囲内の制約は計算中に無視されてしまう。
- オミット範囲外の式に関連したセル： オミット範囲外の式が、オミット範囲内のセルを参照すると、エラーが発生し、計算が中断されてしまう。

3.5 Locate...

〔Locate〕で次のダイアログ・ボックスが表われる。



修正可能、ベスト、制約、制約違反または双対価格を含むセルをワークシートやワークブックで探すには、〔Locate〕ドロップダウン・ボックスで探したいセルのタイプを指定する。そして、〔Using Method〕欄で探索方法を指定し、〔Across:〕で探したい場所を指定する。この後で〔OK〕を押すと探索が行なわれる。

(1) Locate: Cells

探したいセルの種別を〔Locate:〕で選択し、次の情報セルを探索できる。

- Adjustable: 修正可能
- Best: ベスト
- Constraint: 制約
- Violated: 制約違反
- Dual: 双対価格

すなわち、〔Locate〕は WB!で指定された ABC を探すことができる。

(2) Using Method:

Adjustable、Constraint、Violated か Dual セルを選ぶと、それらを同時に選ぶか 1 つずつ選ぶかを指定できる。〔Identify one-by-one〕を選ぶと、指定された情報を見つけるまで行毎に探索する。ワークシート、あるいはワークブックに同じ種類のセルが他にもある場合、次のダイログボックスが表示される。

例えば、A1 セルが選択されていて、修正可能セルを 1 つずつ探すとする。A2 と B1 の両方が修正可能セルである場合、〔Next〕ボタンを押すと、B1 セルが選択される。

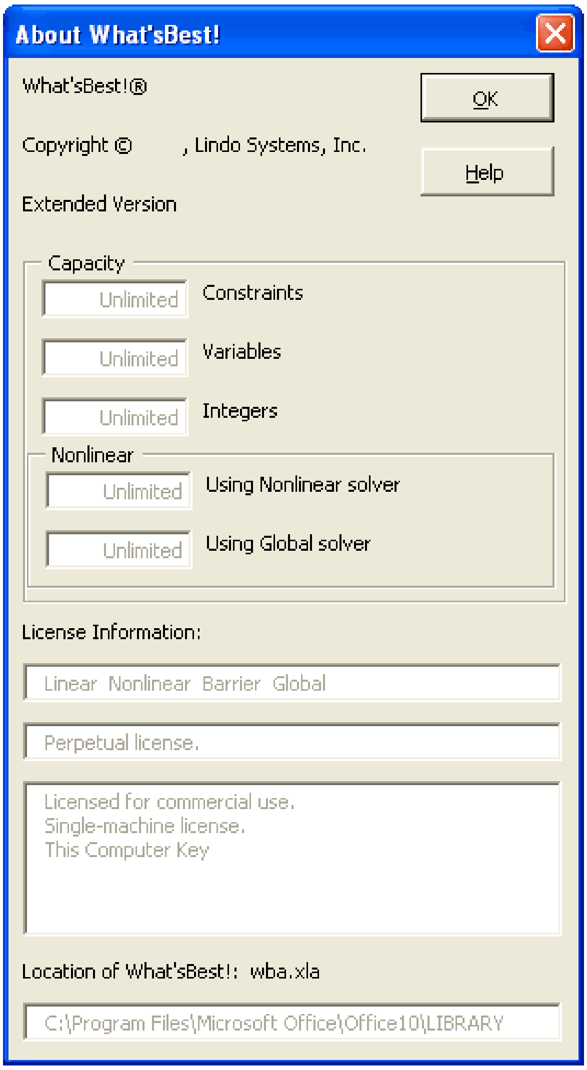
(3)　Across：

〔Across〕の選択でワークブック全体、あるいは現在のワークシートというような探索場所を指定できる。要求したタイプのセルがない場合、その旨のメッセージが表示される。

3.6　Help と About　WB!

WB!はヘルプ機能があり、〔WB!｜Help〕コマンドから利用できる。オンラインヘルプにアクセスするには、次の 3 つの方法がある。

1)　ヘルプシステムのトピック表を表示する〔Contents〕タブを選択する。興味のあるトピックをダブル・クリックするとヘルプが表示される。
2)　ヘルプシステムのトッピク・インデックスを表示する〔Index〕タブを選択する。項目をダブル・クリックすると、ヘルプが表示される。
3)　特定の項目に関するヘルプを探すために、〔Find〕タブを選択する。〔About WB!〕コマンドで、次のダイアログ・ボックスが表示される。

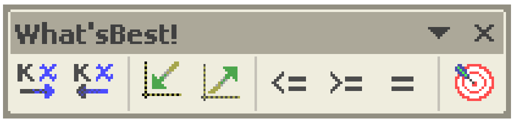


このダイアログ・ボックスは、現在のバージョンとあなたが所有するライセンスキーで使用できるオプションや制約数などの能力を表示する（ライセンスキーがない場合、デモ版を利用できる。使用可能な制約数150、変数300です）。加えて、ダイアログ・ボックスの最下部には、WB!のアドイン・ファイル(WBA.XLA)の場所と、WB!を起動するために必要なファイルが示される。グレードによる違いは下記に示す。

グレード	制約	変数	整数	非線形	グローバル
デモ	150	300	30	30	5
Personal	250	500	50	50	5
CommerCial	1,000	2,000	200	200	10
Professional	4,000	8,000	800	800	20
Industrial	16,000	32,000	3,200	3,200	50
Extended	無制限	無制限	無制限	無制限	無制限

3.7　ツールバー

ツールバー・コマンドを使って WB!のツールバーの on/off を切り替えることができる。WB!がインストールされると、まず次のようにフローティング形式で表示される。



このツールバーを任意の場所に再配置できる。〔ToolBar〕コマンドを選択してツールバーを off にできる。また、再度このコマンドを選択すると、オンになる。ツールバーがオンの時には、そのコマンドの横にチェックマークが表示される。

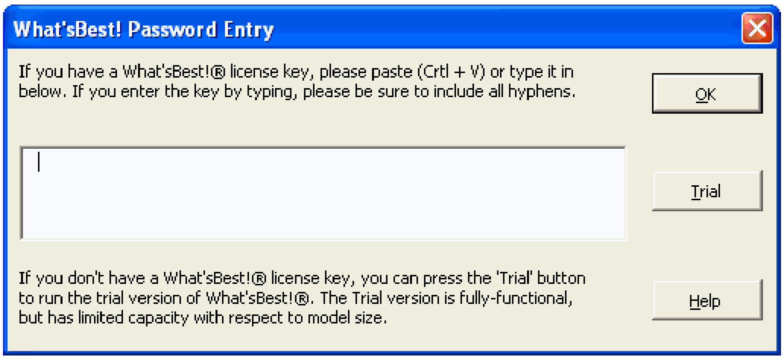
WB!ツールバーは、最もよく使われる 8 個のコマンドをワンクリックで行える。特定のツールバーの機能を知りたい場合、カーソルをボタンのところに持っていき、数秒待つと機能の解説が表示される。

WB!のツールバーを非表示にしたい場合、〔View|ToolB〕を選んでください。しかし、次にツールバーを再度表示するには、WB!を再インストールする必要がある。

3.8　アップグレード

制約、変数、整数のより大きなモデルを扱ったり、非線形問題や大規模な線形モデルを解くためにオプションを購入した場合、ここで更新できる。更新は、新しいライセンスキーを LINDO Japan から入手し、

〔Upgrade〕コマンドを用いるだけで簡単に行える。〔Upgrade〕コマンドを使うと、次のダイアログ・ボックスを表示する。

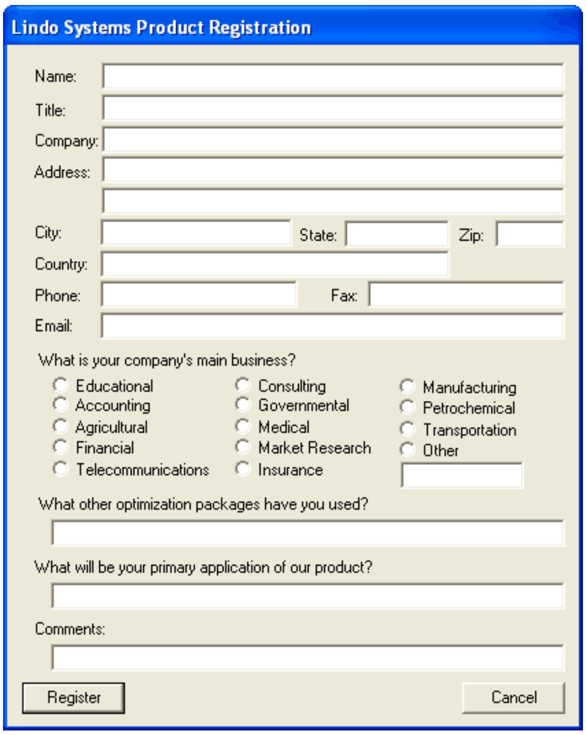


LINDO Japan より E-mail でライセンスキーが送られてきます。ハイフンなどを含めて、正確にライセンスキーを入力する。または、ダイアログ・ボックスのスペースに、コピー&ペーストして下さい（Ctrl-C と Ctrl-V でもコピー&ペーストができる）。

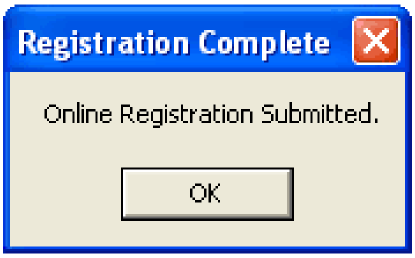
WB!のデモ版（150 制約、300 変数、30 整数）の使用にはライセンスキーは不要なので、〔Cancel〕ボタンを押す。

3.9　登録の仕方

〔Register〕コマンドを用いて、購入した WB!のバージョンをオンライン登録してください。この登録法を利用するには、インターネットアクセスが必要です。〔Register〕コマンドを実行すると、次のダイアログ・ボックスが表われる。



あなたが妥当であると考える個人情報を入力し、〔Register〕ボタンを選ぶ。情報がインターネットを経由して LINDO 社へ送られる。一旦、登録が完了すると、次のダイアログ・ボックスが画面に表われる。

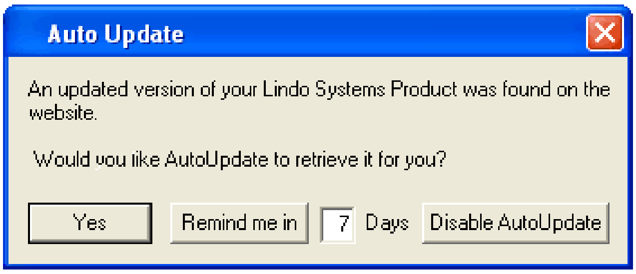


元の Excel 環境に戻るには、OK ボタンを選ぶ。LINDO 社は、製品をより早く使い易くするよう努力している。ソフトウェアを登録すると、最新版や製品の改善情報が送られてくる。

3.10 Auto Update... （商用版のユーザー用）

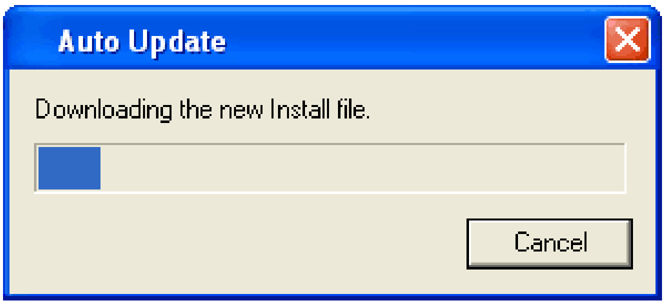
〔AutoUpgrade〕コマンドを選択すると、稼動時に最新版があるかどうかを自動的に確認する。このコマンドにはインターネットアクセスが必要です。〔AutoUpdate〕

コマンドを実行するか、〔AutoUpdate〕をオンの状態で立ち上げると、WB!は最新版がダウンロードできるかをインターネットで探す。すでに最新版であるか、〔AutoUpdate〕が休眠状態であると WB!のメイン画面に戻る。旧版だと、次のようなダイアログ・ボックスが表示される。



〔AutoUpdate〕を休眠状態にするには、テキストボックスにオフにしておく日数を入力して〔Remind me in〕ボタンを押してください。WB メニューのこのコマンドの横のチェックマークはコマンドが有効であることを示す。しかし、指定された日数が過ぎるまでは AutoUpdate ダイアログ・ボックスを表示しない。

WeB から新しい版をダウンロードするために〔Yes〕ボタンを押す。WB!は、最新版のダウンロードを開始し、ダウンロードの状況を次のダイアログ・ボックスで表示する。



ダウンロードが完了すると、更新ファイルのインストールが促がされる。〔Yes〕を選び、InstallShield ウイザードを開いて手順に従って下さい。インストール中に、新しい版のライセンスキーが送付される。

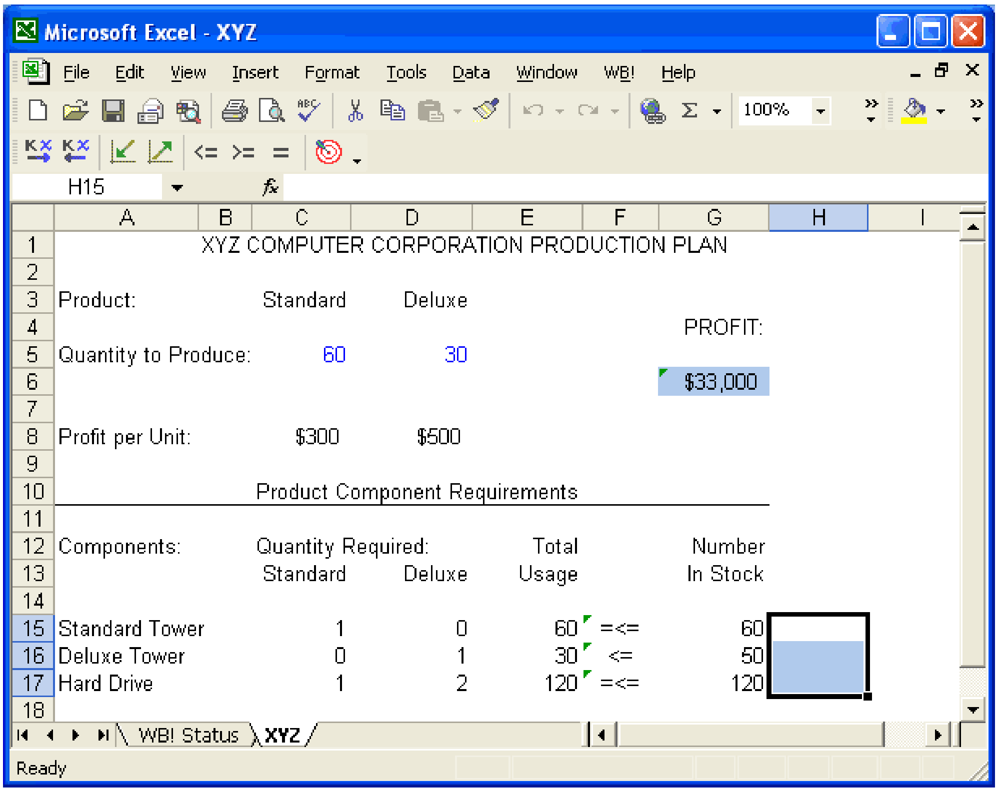
〔AutoUpdate〕ダイアログ・ボックスから〔DisableAutoUpdate〕ボタンを選ぶと、この機能を停止する。この機能は、デェフォルトではオンです。最新版の維持により、互換性と操作上の問題を最小限に抑えることができる。

3.11　双対価格の利用ガイドライン

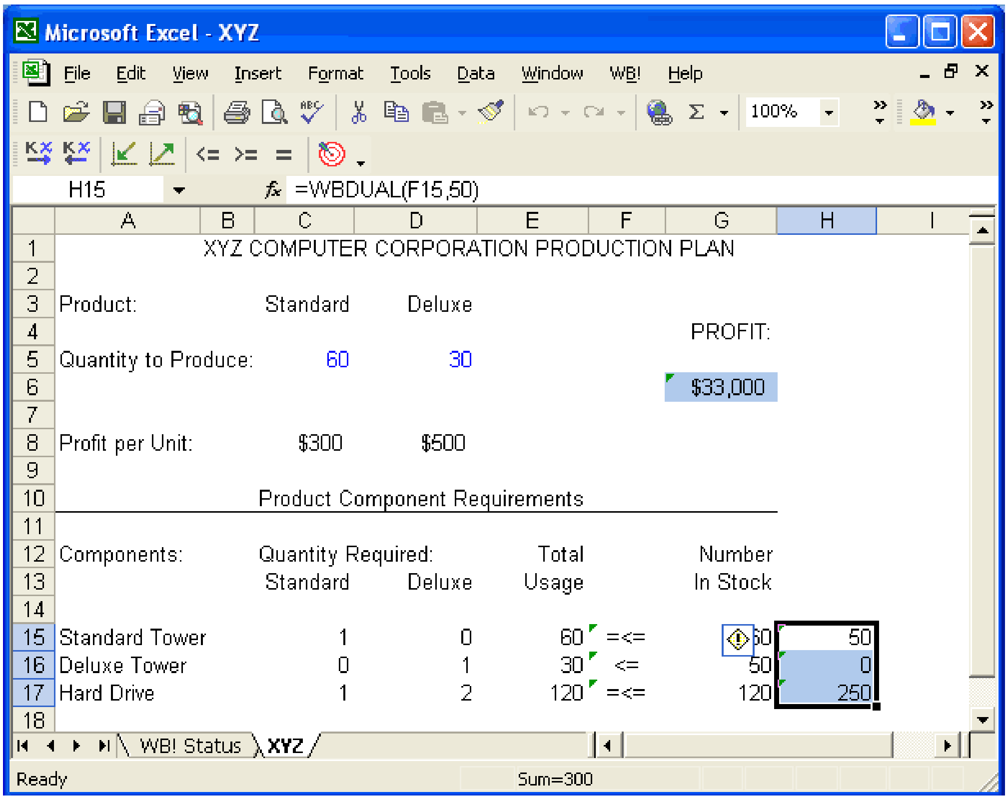
双対価格は、解が特定の制約セルや修正可能セルに対してどの位センシティブであるかという貴重な情報を算出する。WB!は、修正可能セル、制約セル、修正可能セルの関数に関する双対価格を提供する。

(1)　制約セルの双対価格 - シャドー価格 -

一般的に、**制約式の双対価格は、制約式の右辺定数をゆるめることでベストセルの改善される率**を表す。制約式の双対価格は、その資源を手に入れるのに支払ってもよい価格を表しているのでシャドー価格とも言われている。例えば、1 章の XYZ サンプル・モデルで、F15:F17 にある制約式の双対価格を指定できる。これらはスプレッドシート上のどこに置いてもかまわないが、下記では H15:H17 に設定した。



H15：H17 を選んで〔For Cell Range:〕ボックスに指定し、〔WB!/Advanced…｜Dual〕を選択し、〔OK〕をクリックすると双対価格が設定する。もう一度再計算すると、在庫制約に対する双対価格が次のように表示される。



制約関数 WB（E15,”<=”,G15）の双対価格は、H15 に 50 と表示される（注：モデルを再解析し、新しい双対セルを更新してください）。この値は、右辺定数の 60 を 1 単位増やすことでベストセルの値が＄50 改良されることを表す。すなわち、G15 を 61 にして再計算すると、最大利益＄32,050 が得られる。＄50 は、Standard タワーを追加発注する際に払っても良い最大価格である。これが利益最大化ではなく費用の最小化モデルである場合には、このように制約を変更すると、利益を増やす代わりに費用を減らす。

注： Deluxe タワー使用の制約式 WB（E16,”<=”,G16）が制約条件に余裕がある場合（E16 が=G16 ではなく<50）双対価格は 0 となる。右辺定数を 50 から 51 にしても、最適解に影響しないのでベストセルの値は変化しない。

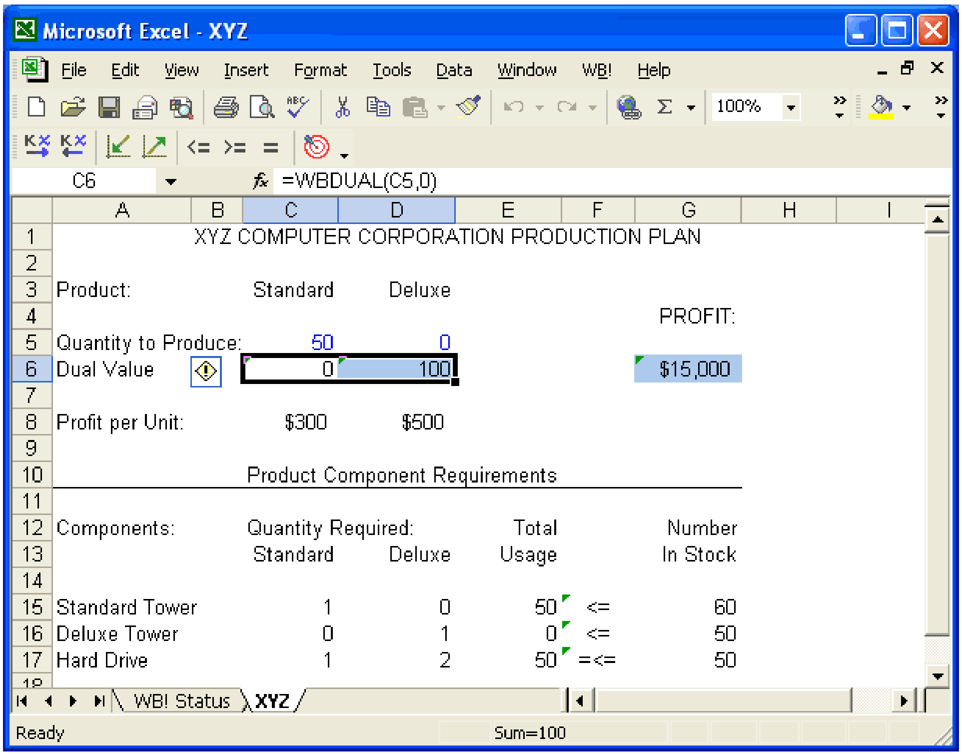
（2） 修正可能セルの双対価格 - 減少費用 -

一般的に修正可能セルの双対価格は、最適解で 0 になった修正可能セルの値が無理矢理に解にされた場合のベストセルの変化量です。その値は、決して最適解ではない。修正可能セルが正の場合、双対価格は常に 0 になる。修正可能セルの双対価格は、修正可能なアイテムを生産するために、減らさなければならない利益であるため、減少費用と呼ばれる。

例えば、1 章のサンプル・モデル XYZ で、G17 を 50 に変更し再計算すると、Deluxe PC の D5 が 0 になり、利益は＄15,000 に減少する。修正可能セルの双対価格は、C6:D6 を選んで、〔Advanced…｜Dual…〕を選択し、〔OK〕ボタンをクリックすると再計算される。〔For Cell Range:〕テキストボックスに、デフォルトの範囲 C5:D5 が入力される。双対価格を計算するセルはスプレッドシート上のどこに置いても良い。

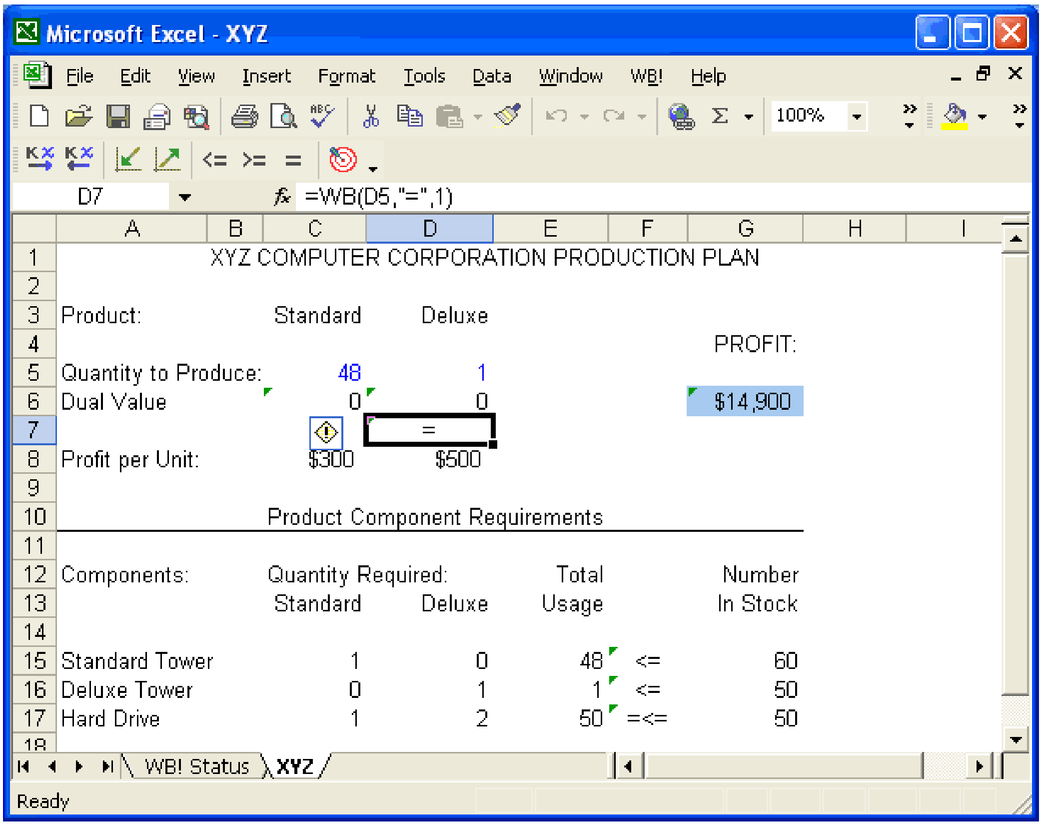
注：制約の双対価格を求める場合、制約の右辺定数ではなく制約関数が含まれるセルを必ず指定する。

下記では、C6:D6 のセルを使い再計算した。



修正可能セル D5 の双対価格は 100 です。これは D5 が 1 単位増えると、利益が＄100 減ることを表わす。すなわち、Deluxe PC を 0 台から 1 台生産すると、双対価格の正しい範囲内であれば、利益は＄14,900（＄15,000－＄100）になる。

下記は、Deluxe PC の修正可能セル D7 に、制約条件=WB(D5, “=”, 1)を入れて再計算した結果です。見ての通り、変数が解に含まれるため、双対価格が 0 になり、利益は＄14,900 になっている。〔Adjustable〕ダイアログ・ボックスかツールバーのボタンから〔Remove Adjustable〕を選び、D5 を修正可能でないセルにしたため定数値が 1 となり、Deluxe PC の生産量も 1 となる。



注：特定の制約や修正可能セルの双対価格は、モデルの他の情報が不変であるという仮定のもとで計算されている。すなわち、複数の制約式や修正可能セルを同時に変更して得られた双対価格はベストセル上の効果を予測することはできない。

(3)　複数の最適解とゼロ双対価格

双対価格は、最適解で 0 になる修正可能セルに対しては通常正の値をとる。しかし、複数の最適解、すなわち同じ目的関数の値をとる複数の修正可能セルがある場合は例外です。その理由は、最適解から他の解に変更されても、ペナルティがないからです。もし、**最適化の後で双対価格が 0 になったら、複数個の最適解があるとみてよいでしょう。**

(4)　非線形の双対価格

非線形問題の双対価格は、右辺定数を小さく変化させた場合に有効である。非線形モデルで大きな変化による影響を推測することは困難です。大きな変化による影響を調べるには、任意の変更値を手動で入力し、各変更につき再解析して確認してください。

微積分学に関する知識をもつユーザーは、双対価格を微係数と考えるでしょう。すなわち、それは右辺定数、あるいは修正可能セルのいずれかの変化に関するベストセルの変化率だということです。線形関数の微分に関して、線形モデルの双対価格は区間で定数になり、非線形モデルだと双対価格は非線形関数の微分と同じく、評価された点で有効であり、その点から動くとただちに値は変化する。

(5)　整数計画法における双対価格

整数変数を含む問題の双対価格は、分岐限定法の整数モデルの解き方が原因で、有用な解釈はできない。双対価格を算出するように設定されていると、双対価格を返すが、実用価値はない。

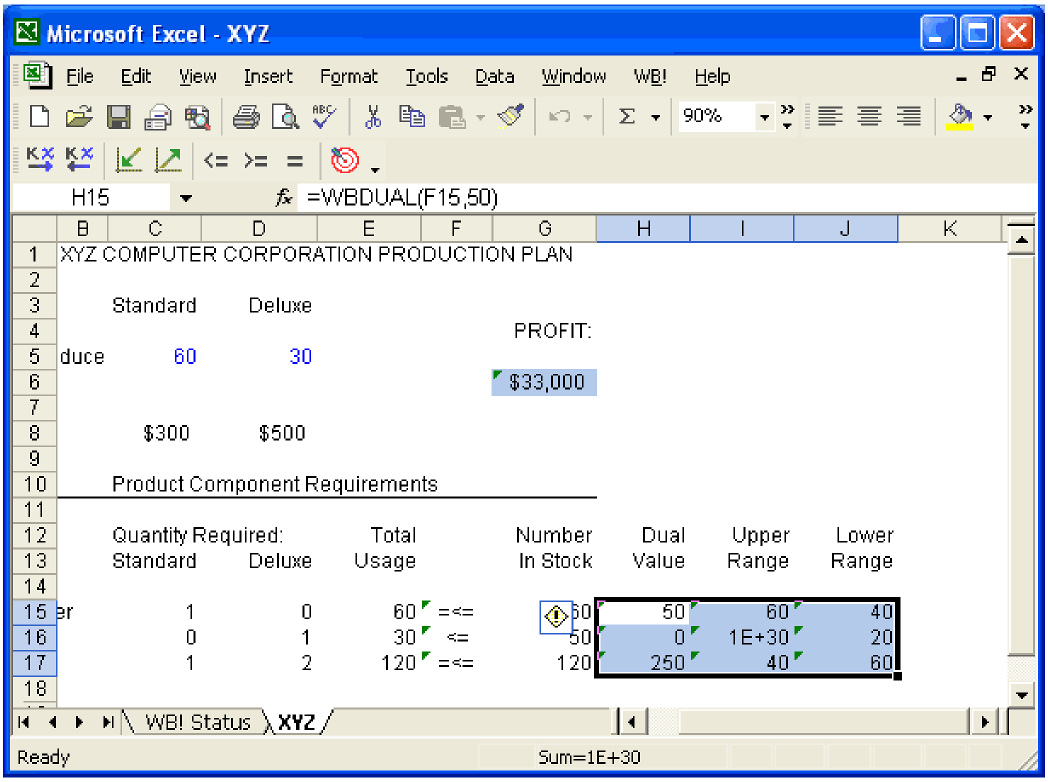
(6)　双対価格の正しい範囲

指定した双対価格の上下限範囲を決めたい場合があるでしょう。制約式の右辺定数や資源の消費を減増させていくと、やがて双対価格が変化する。双対価格として意味のある範囲は、双対価格が変更される直前までの右辺定数や修正可能セルの変化量です。双対価格が変わる直前まで、資源の使用を減らせる範囲を下限と呼び、逆に増やしていけるぎりぎりの範囲を上限と呼ぶ。

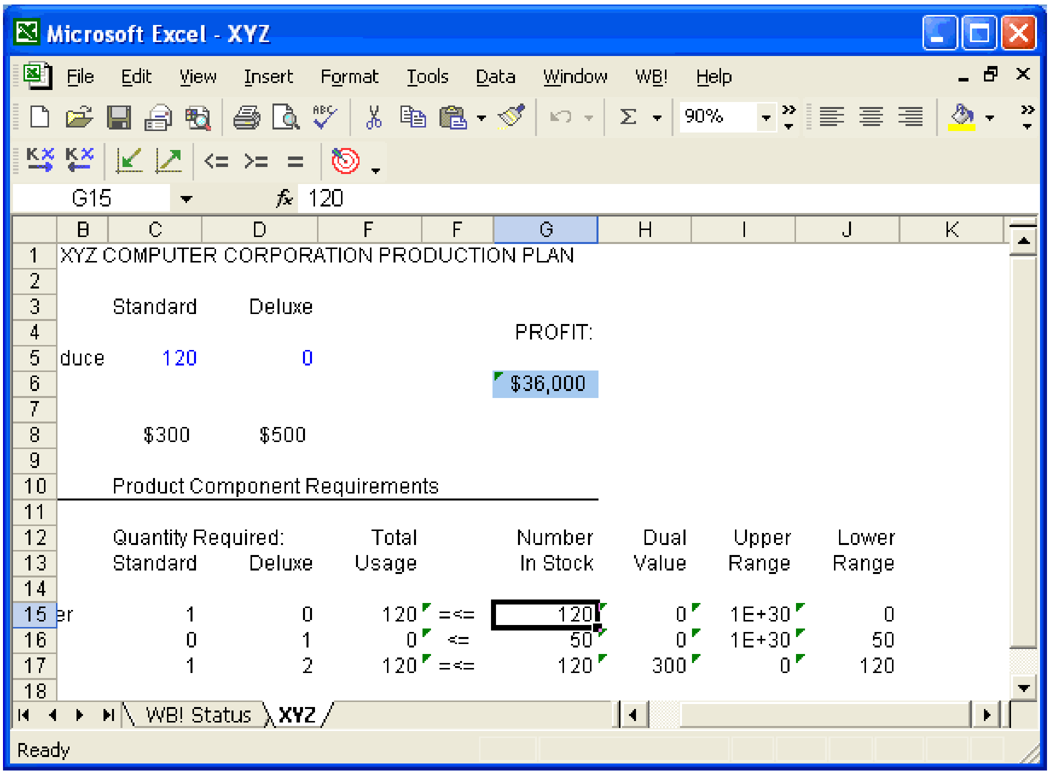
①　制約範囲

例えば XYZ 問題で、在庫制約の双対価格に対して、上下限値を決めることができる。範囲を表示したいセルを選択し、〔Advanced…|Dual〕を選んで制約セル（F15:F17）を〔For Cell Range:〕に指定する。Upper Range か Lower Range、どちらか適切な方を選んで、〔OK〕ボタンをクリックする。

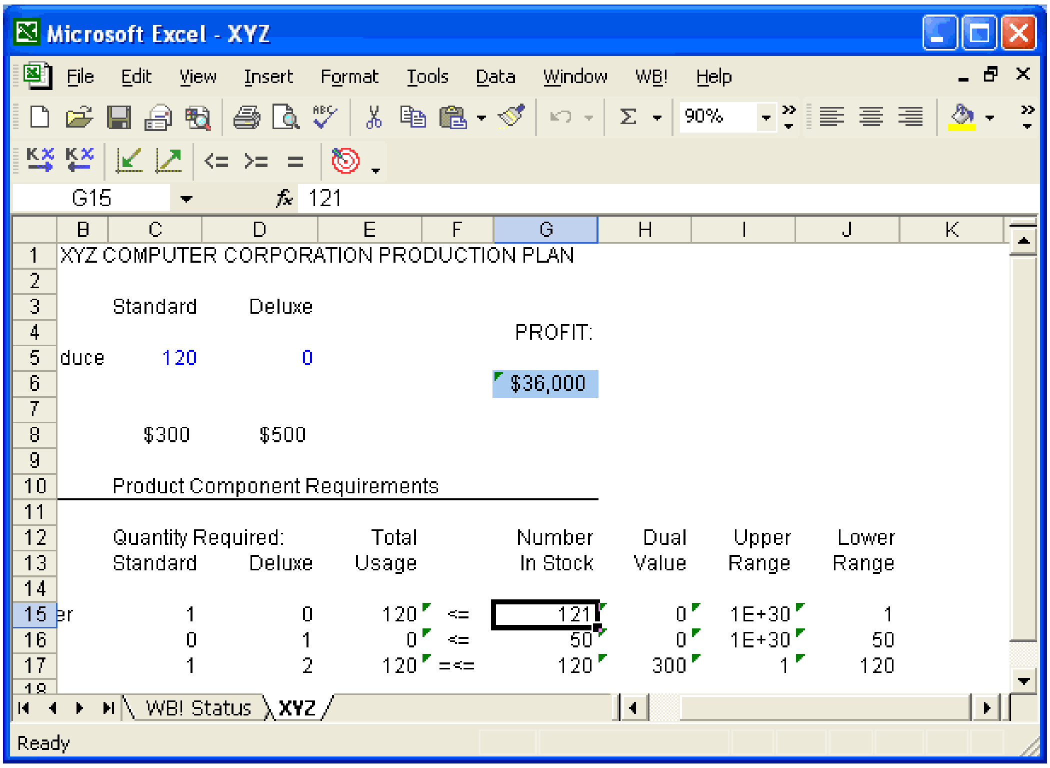
注：〔For Cell Range:〕に入力されたデフォルト値は制約セルの範囲ではない G15:G17 である。双対価格を得るには、必ず F15:F17 に修正してください。



Standard タワーの在庫の範囲は、上限が 60 で下限が 40 です。すなわち、在庫が 20（=60-40）と 120（=60+60）の間で変わる限り、双対価格は 50 のままです。120 を超えると双対価格が変化するので、右辺定数の上限を 120 まで増やしてモデルを再計算すると、下図に示すように利益が＄36,000（=＄33,000+50×60）まで増える。Standard タワーの双対価格は、Delux タワーの双対価格と同じく 0 になる。HDD の双対価格は 250 から 300 に増えるのは、HDD を増やすことで利益の高い Delux　PC が生産できる方である。



制約式の右辺定数を 120 より大きくすると元の双対価格の 50 の上限範囲を越えるので、双対価格は 0 になる。双対価格が 0 なので、G15 を 121 に変更して、モデルを再計算しても、下図の通り利益は＄36,000 のままである。

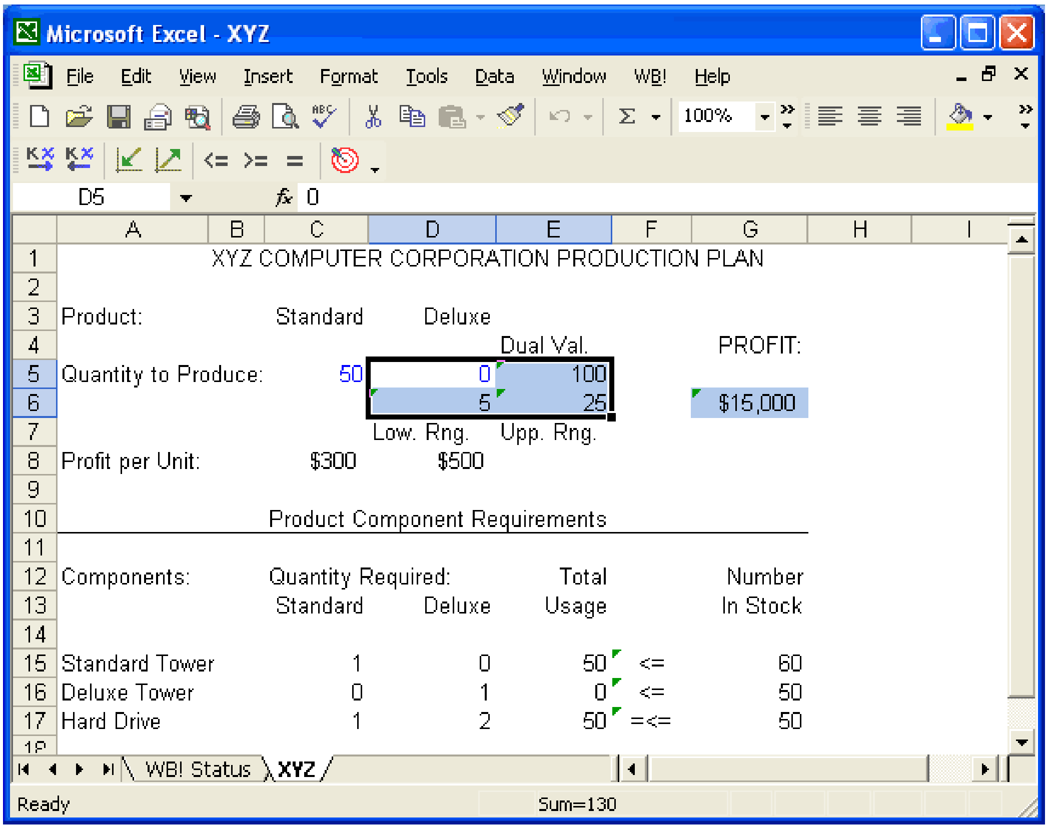


② 修正可能セル範囲

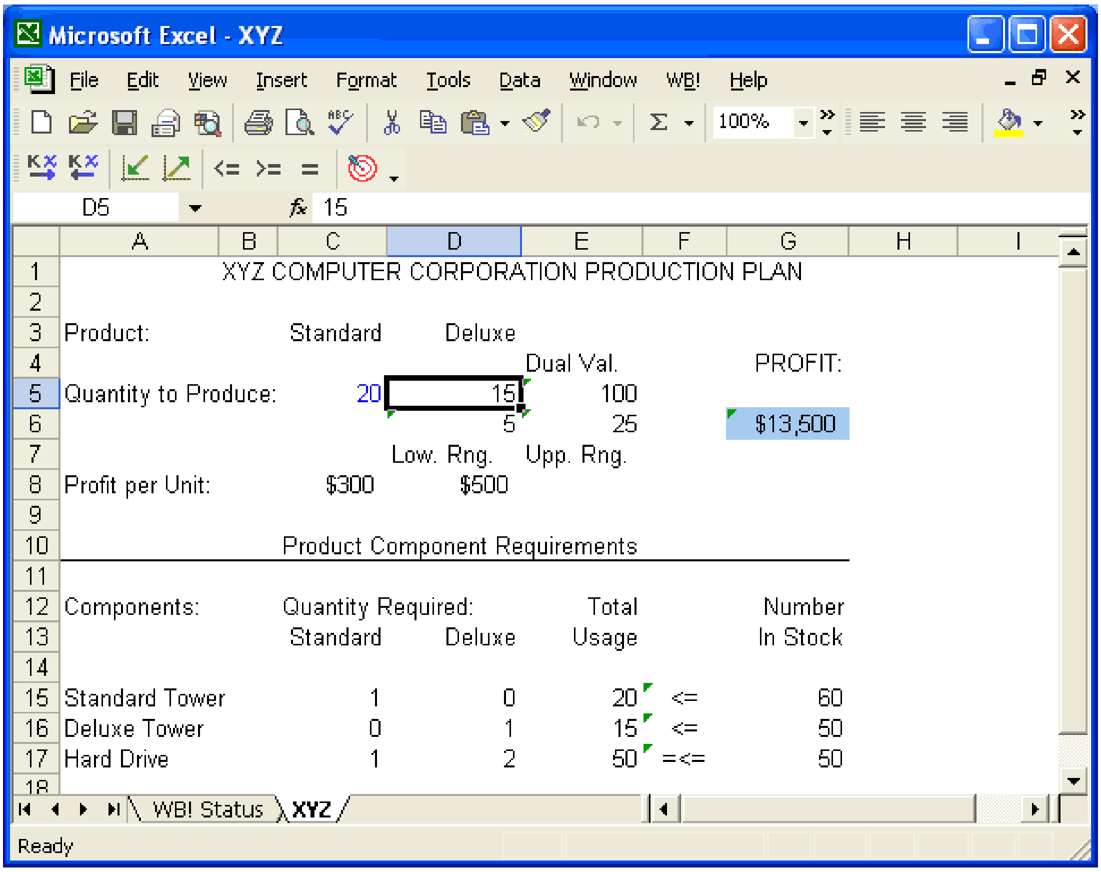
XYZ 問題で、修正可能セルは Standard と Deluxe PC の生産台数である。これらの修正可能セルが 0 で

ある Deluxe PC の双対価格は、それを解に取り込むことでもたらされる利益の変化額を表わす。

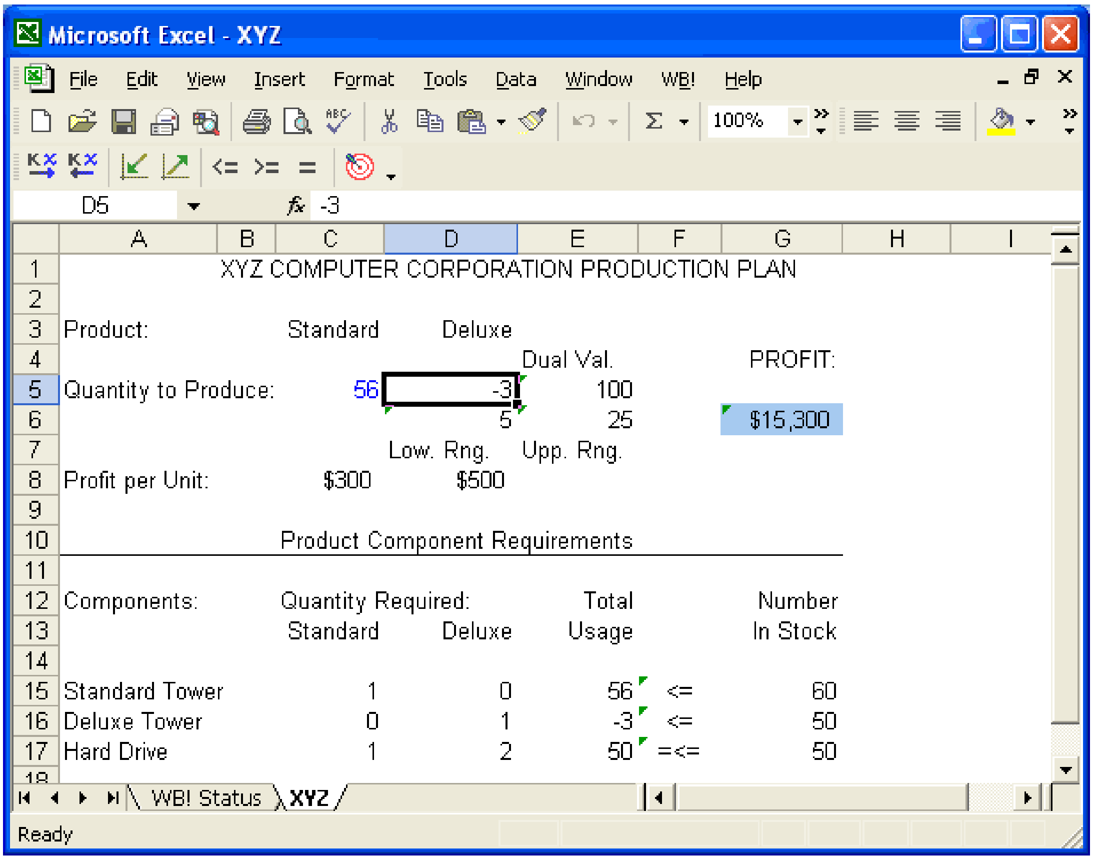
修正可能セルの双対価格の上限と下限範囲は、双対価格の値が変わることなく修正可能セルが動ける範囲です。ここでは、ハードディスクの在庫を 50 に減らした場合の修正可能セルの双対価格を例に用いる。双対価格情報が表示されるセルを選んで、〔Advanced…|Dual…〕を選び、〔For Cell Range:〕に修正可能セル D5 を指定し、〔Report on Type:〕ドロップダウン・ボックスから Upper Range か Lower Range を選んで、〔OK〕ボタンをクリックする。下の例ではセル D6 と E6 を D5 セル（Deluxe PC の生産台）の下限と上限範囲に指定し、再計算する。



生産する Deluxe PC の範囲は、上限が 25 で下限が 5 です。すなわち、Deluxe PC を 5 から 25 の間で生産すれば、双対価格は 100 のままです。D5（生産台数）を 15 台にして修正可能でなくした後で再計算すると、利益は＄13,500（＄15,000−（100×15））に減少する。



双対価格の式は修正可能でないセルを参照しており、これらのセルは無視するため、変化しません。Deluxe PC の生産台数を-3 に減らしてモデルを再計算すると、利益は＄15,300 (=＄15,000−(100×(−3)) に増える。そして、Standard PC の生産台数は、56 台に増える。これは、時代遅れの Deluxe PC が 3 台廃棄され、その部品が Standard PC に用いられた場合に起こる。



この問題で、元の下限を1つ下まわった−6にすると、双対価格は0になる。もし元の上限値を超えて26以上にすると、在庫のハードディスクが不足し、モデルは実行可能解がなくなる。いずれにしても、範囲を超えると双対価格が変化します。

問題の中には、双対価格の範囲が大変小さいか、0になるものがあるかもしれません。この状態が発生すると、異なった双対価格や異なった複数の最適解がみつかるかもしれません。これは、修正可能セルの色々な組み合わせが最適解になることを示す。どんな場合でも、意思決定に双対価格を用いる前に、その値が有効な範囲で調べることが大切です。ワークシートに双対価格の式を入れないで、これらの情報を入手するには、〔Options... |General〕コマンドの下の〔General Options〕ダイアログ・ボックスからSolution Report を要求して下さい。

4章　オプションの選択

本章は、開発で新機能が頻繁に付け加わるので、最新版は幾つかの機能追加を行っていてメニューの内容も追加されてレイアウトが異なります。また、多くのユーザーは訳者と同じくデフォルト主義で済ます方がよいので、大きな非線形問題で線形化を利用する以外は、デフォルトのままでよいと思います。また、問題解決学に重要でないので、簡単に目を通すか、読み飛ばすことを進めます。

既にユーザーで、最適化システムを実際に開発の方は、本章を簡単に目を通された後、最新の英語の原本を無償で提供しますので、そちらに目を通してください。ある程度基本部分をマニュアルで読まれた後は、次々に追加される新機能はソフトのオンライン・ヘルプの利用を進めます。

WB!のオプション設定は、標準の実行環境で最適な効率が得られるデフォルトが設定している。しかし、複雑なモデルの場合は、異なったオプションの設定を試みることで、効率がより良くなるかもしれない。WB!メニューの〔Options〕コマンドに、次の7つのサブコマンドがある。

- General…
- Linear Solver…
- Nonlinear Solver…
- Global Solver…
- Integer Pre-Solver…
- Integer Solver…
- Reset to Default…

〔Options｜General〕にあるオプションは、WB!のソルバー全ての操作パラメータあるいはユーザー・インターフェイスに関連した設定が行なえる。Linear Solver、Nonlinear Solver、Integer Pre-solver と Integer Solver のオプション設定で、ソルバーの効率を制御できる。

オプションを効果的に利用するために、次の 3 つのソルバー（線形、非線形、整数計画法）を説明する。これらのソルバーはそれぞれ異なったタイプのモデルを解くために用いる。これらのソルバーについては、6章参照。以下で、Option のサブコマンドを紹介する。

4.1　オプションとソルバー

幾つかのオプションは、WB!ソルバーの全般的な操作パラメータ、あるいはユーザー・インターフェイスとデータの表示に関係する。繰り返しの制限や、静的メモリなどの一般的なオプションは、〔General Options〕ダイアログ・ボックスで設定する。他のオプションは、特定ソルバーの効率を調整する。例えば、**Model Reduction は線形ソルバーのオプション**であり、〔Linear Solver Option〕ダイアログ・ボックスで設定できる。

WB!は、線形と整数のソルバーを基本システムに搭載している。非線形モデルの**局所的な解を探す非線形ソルバー**と**大域的な解を探す非線形ソルバーは、追加の費用でオプション提供**している。線形ソルバーは、一般に主単体法が用いるが、バリヤー・オプションをご購入した場合、双対単体法やバリヤー法（いわゆる内点法）を利用できる。

WB!のオプションは、次の 2 種類ある。

- グローバル・オプション
- ワークブック・オプション

グローバル・オプションは、〔General Options〕ダイアログ・ボックスの 3 つのオプションで定義される。グローバル・オプションの設定は、次に変更を加えるまで、全てのモデルに適用され続ける。〔Reset to Default〕コマンドは、ワークブック・オプションをリセットする（グローバル・オプションはリセットされない）。

ワークブック・オプションとは、残りの一般的なオプションと、他のソルバーのダイアログ・ボックス（Linear Solver Options、Nonlinear Solver Options、Global Solver Options、Integer Pre-Solver Options と Integer Solver Options）内の全てのオプションのことです。ワークブック・オプションの設定は、その時点で使用されているワークブック上のモデルにのみ有効である。新しいワークブックを開いて、デフォルトのオプション以外を設定したい場合、それらのオプションを再設定する。

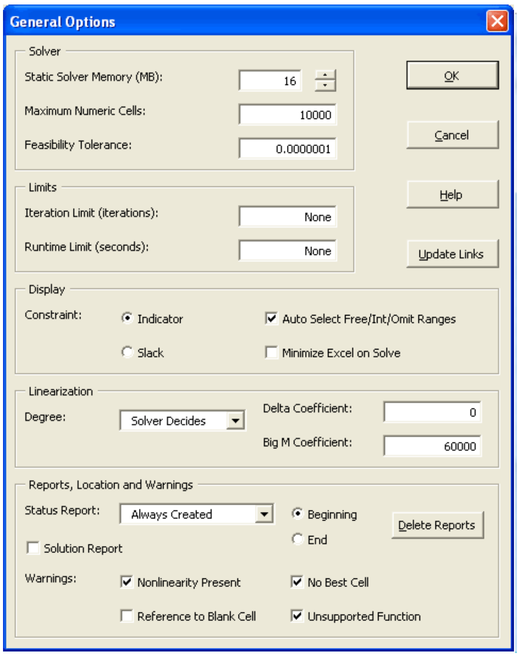
ソルバーで用いるアルゴリズムは、次の通りです。

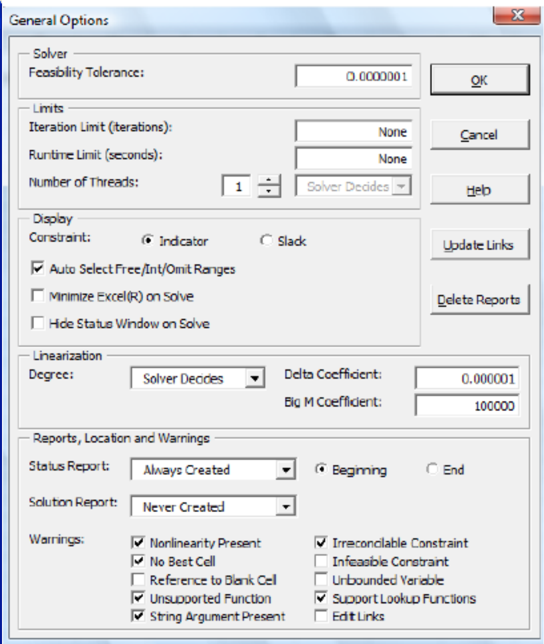
* 線形ソルバー：主単体法、双対単体法、バリア法。デフォルトは、主単体法。
* 非線形ソルバー：GRG 法、SLP（Successive LP）。
* グローバル・ソルバー：非凸 NLP の大域的な解を見つけるのに、分岐限定法の枠組みの中で、一連の Range Bounding 法を結び付けている。
* 整数ソルバー：分岐限定法を用いているか、分岐限定マネージャーを参照する。

特定のコマンドは、以下で紹介する。

4.2　General Options

〔Options…|General〕コマンドで次のダイアログ・ボックスが表示される。右は 2017 年の最新版である。





〔General Options〕ダイアログ・ボックスには、WB!が「表示」、「処理」、「情報の管理」をしたりする

方法を制御するコマンドが含まれている。このオプション設定のほとんどは、ワークブックあるいはモデルと一緒に保存されるので、ワークブック・オプションと呼ばれる。全てのワークブック・オプションは、新しいワークブックを作るたびにデェフォルトにリセットされる。しかし、3 つのオプションの設定はユーザーの任意であり、ワークブックと独立しているため、グローバル・オプションと呼ばれる。(新しいワークブックは、ワークブック・オプションがデェフォルト設定の状況ですが、グローバル・オプションは、その設定が変更されるまで前の設定のままです。グローバル・オプションは、以下で紹介する。) これらのグローバル・オプション (Static Memory、Maximum Numeric Cells と Constraint Display) の設定は、ワークブックとは別に保存される。〔Reset to Default〕コマンドを用いても、ワークブック・オプションしかリセットされない。

オプションをデェフォルト値に再度保管しなおしたい場合、WB！から〔Options｜Reset to Default〕コマンドを用い、全てのワークブック・オプションをリセットして下さい。〔General Options〕ダイアログ・ボックスのオプションは、以下で紹介する。

A:Solver 欄

（1） 静的なソルバーメモリ (MB)：

WB!は、静的と動的な 2 つのメモリを使用する。静的メモリは、WB!でモデル生成に必要なメモリであり、生成されたモデルを最適化するために 3 種類のソルバーエンジンに送ります。ソルバーエンジンは、動的メモリが適用される。静的メモリは、実行時に WB! に割り当てられ、一旦割り当てられると増減しません。動的メモリは、ソルバーエンジンに割り当てられ、必要に応じて Windows で動くプログラムに利用できる最大メモリ迄増加できる。

〔Solver〕欄の「Static Solver Memory(MB):」のテキストボックスには、モデル生成のために割り当てる静的メモリの量を指定する。デェフォルトは 16MB です。適切なメモリ量を確認するために、色々な値で実験してみよう。あまり高めに設定すると、WB!はバーチャルメモリを用いハードディスクにスワップするので、実行時間が激的に増加する。また静的メモリにあまり多く割り当てると、ソルバーエンジンに割り当てられる動的メモリが少なくなってしまう。一方、静的メモリが少なすぎると、モデルの生成に時間がより多くかかったり、生成できるモデルの最大規模が小さくなってしまう。モデルを解くのに不十分な量を割り当てると、「Static Memory Limit Exceeded」というエラー・メッセージが出される。

Note: 静的ソルバーメモリは、〔Maximum Numeric Cells〕と〔Constraint Display〕オプションと同様に、グローバル・オプションです。他のグローバル・オプションと同じく、この設定は、その値を変えない限り、開いているモデルやシート全てに影響する。

(2) Maximum Numeric Cells:

〔Maximum Numeric Cells:〕テキストボックスは、利用できる数値セルの最大数を指定する。この値を増やすと、静的メモリ使用量が増える。デェフォルト値は 10,000 ですが、メモリが少ない状況では 1,000 セル位にセットされる。大きなモデルでは、数値セルが 100 万あるいはそれ以上必要になることもある。

メモリ制約以外は、セルの上限の制約はない。

Note: 数値セルの最大数はグローバル・オプションです。他のグローバル・オプションと同じく、この設定は、値を変えない限り、開いている全てのモデルやシートに影響する。

(3)　Feasibility Tolerance

Feasibility Tolerance は、モデル制約で許される計算誤差の許容量を示すのに用いる。この値を増やすと、実行可能解がないモデルでも実行可能解がみつかることもある。例えば、係数の最大値と最小値の比が大きい、スケーリングが悪いモデルの場合、リスケーリングするのが一番良いが、実行可能解に近い状態ならば代替案として Feasibility Tolerance を上げると簡単に解が求まる。実行可能解に近い状態かどうかは、スラック値で分かる。スラック値が小さい場合、実行可能解が得られたり、得られなかったりという微妙な状態です。Feasibility Toleranse を上げて、数億円の予算の中で、数千円の制約違反に目をつぶることで実行可能解を得るように、ささいな誤差で制約条件を満たさないことを緩めることで、解が得られる。デェフォルト値は、0.0000001 です。

B:Limits 欄

(4) Iteration Limit (iterations)

〔Iteration Limit〕テキストボックスより、解を得る繰り返しの上限を設定できる。解がみつかる前にこの限界に達すると、解の探索は停止する。もし、整数計画法モデルであるなら、その時点までに得られた中で最適な解が出力される。整数変数を含まないモデルがこの限界に達した場合、返される解に意味はない。デェフォルト値は None（繰り返し数の制限なし）です。

(5) Runtime Limit (秒)

〔Runtime Limit〕テキストボックスより、計算時間の上限を設定できる（秒単位)。もし、IP モデルでこの制限にひっかかった場合は、それ迄に得られた IP 解の中で最適なものが出力される。IP モデルでない場合は、出力された解に意味はない。デェフォルト値は None（制限なし）です。

C:Display 欄

(6) Constraint Display

〔Display〕で、「Slack」か「Indicator」を選ぶと、スラック値あるいは制約セルのインディケータが表示される。

Indicator：

インディケーター・モードを選択すると、制約セルが不等号記号（>=、<=、=）で表示される。制約式がスラック値を含まない場合、インディケータの前に等号すなわち“=<=”を表示する。制約を満たさない場合インディケータの前に“Not”すなわち“Not=”を返す。

Slack：

スラック・モードは、制約セルをスラック値で表示する。スラック値は、制約の限界にどの位近いかを示す。スラック値が正数の場合、制約を上回っている、ゼロの場合、制約が丁度満足されており、負数の場合は制約を破っているという意味になる。この値は、制約の左辺と右辺を単に引いたものである。

デェフォルトは〔IndiCate〕モードです。

Note: Constraint Display は、グローバル・オプションです。3 つのグローバル・オプションは、その値を変更しない限り設定が有効である。

(7) Auto Select Free／Int／Omit Ranges

Free、Integer あるいは Omit Ranges を設定したい場合、〔Display〕欄の〔Auto Select Free／Int／Omit Ranges〕をクリックしてチェックマークを入れてください。このオプションをオンにすると、特定

の名前に対応した範囲を、リスト上の名前をクリックすることで選択でき、範囲を容易に識別することができる。デフォルトはオンです。

(8) Minimize Excel on Solve

WB!を使用している間、Excel を最小化しておきたい場合は、〔Display〕ボックスの〔Solve〕欄で“Minimize Excel on Solve”を選択して下さい。デフォルトはオフです。

D:Linearization 欄

線形化オプションは、非線形モデルの一部を線形化することで効果を発揮する。

(9) Degree

多くの非線形式は、数学的に同等な線形式に置き換えることで、より容易により早く解くことができる。WB!は全ての非線形式を、それと同等な線形式に置き換え、より早くそしてより強力な線形ソルバーで問題を解きます。この過程を線形化と呼ぶ。線形化ボックスの〔Degree〕ドロップダウン・ボックスで、モデルを線形化する程度を決決定してください。

・None：線形化を行なわない。

・Minimum：連続あるいは 2 値変数の積で、ABS( )，MAX( )，MIN( )関数の参照先を線形化する。

・Maximum：上のものに加えて、IF( )，AND( )，OR( )，NOT( )と全ての論理操作（<=，=，>=，<>）を線形化する。

・Solver decides：WB!は、修正可能セルが 12 以下ならば、Maximum で線形化を行なう。12 以上ならば、線形化を行なわない。

線形化過程で、モデルに非常に多くの制約式や変数をつけ加えられる。線形化でつけ加えられた制約式や変数は、Status Report に記録される。

(10) デルタ係数

〔Linearization〕ボックスの〔Delta Coefficient〕テキストボックスは、線形化時につけ加えられた制約式が、条件を満たしている尺度を表わす。Excel は、論理関数を評価するためのトレランスの機能がないので、一番きつい Delta Coefficient は 0 になる。

(11) Big M 係数

ここに、線形化の過程で使用される Big M 係数を入力する。モデルが線形化されると、次のような forcing constraints が最適化のためにつけ加えられる。これらの制約式は、次のような式で表わされる。

f (修正可能セル)=M・y

M：Big M 係数

y：0/1 変数

修正可能セル内であるアクティビティが発生すると、制約条件が y=1 になるように設定される。このため、Big M 係数が小さすぎると、実行可能解なしになってしまう可能性がある。Big M 係数を大きくすることで、実行可能解なしの可能性を少なくするかもしれないが、あまり大きな Big M 係数を用いると、丸め誤差の問題が生じて実行可能解なしや部分最適解におちいる。そのため、Big M 係数の良い値を得るには、実験が必要になる。**デフォルトは、**100,000 です。

E: Reports, Location and Warnings

(12) Status Report

Status Report の生成の制御は、〔Report, Locations, and Warning〕ボックスの〔Status Report〕ド

ロップダウン・ボックスより行う。

・Always Created：常に WB!Status ワークシートに Status Report が作成される。

・Never Created：作成されない。

・Only on error /warning:エラーやワーニングが発生した時に、WB!Status というワークシートに Status Report を作成する。

　Status Report がオン状態であると、作業中のワークブックに WB!Status という名前のワークシートが挿入される。Status Report は、最後にモデルを解いている間に発生したエラー・メッセージやワーニングとモデルの分類情報も含んでいる。

　Status Report には、以下の項目がある。

Solver memory allocated：　ソルバーに割り当てられたメモリ量（キロバイト）を表わす。この数値は〔General Options〕ダイアログ・ボックスの Static Memory で設定する。この値がモデルを解くのに不充分な場合、エラーが発生する。

Linearization Enabled：このメッセージは、モデルが線形化されたことを意味する。Big M と Delta 係数（パラメータ）を含む線形化のオプションの設定は、〔General〕ダイアログ・ボックスで行なう。

Model Type：モデルが Linear, Linear/Integer, Nonlinear, Nonlinear/Integer の 4 つのいずれであるかを判断したかを示す。

Smallest and largest Coefficients：　係数の最小値と最大値を表わす。この値は、モデルがうまくスケールされているか否かの判定に役立つ。この 2 つの値の比を小さくすると、丸め誤差によるエラーを減少できる。10%を越えると比が高いと判定される。加えて、**最小値が 0.00001 より小さければ低すぎる、最大値が 1,000,000** を越えれば高すぎると考えられ、単位変換を行うべきである。

Classification Statistics【統計量の分類】:

Numeric：モデルに含まれる数値セル（数値、式、関数を含んだセル）の数。テキストを含むセルは、数値セルにカウントされない。

Adjustable：修正可能セルの数を示す。

Constraints：制約セルの合計。

Integers：整数制約のセルの合計。

Optimizable：修正可能セルに従属する、修正可能セル、制約セル、式を含むセルの合計。

Nonlinear：モデル中の非線形を表わす修正可能セルの合計数。変数の変化に対して関数が非線形である場合、モデルは非線形と認識される。例えば、$x+ y^2$。この式は、y に関して非線形であるが、x に関しては線形である。そこで、y は非線形とカウントされ、x はカウントされない。

Coefficients：ベストセルの係数と修正可能セルと関連する全ての合計数。

Tries：モデルを解く為の試行回数。LP の場合、単体法の 1 ステップ。

Infeasibility：満たされなかった制約式の総数。0 は、全ての制約を満足したことを示す。しかし、IP モデルの場合、この値が 0 であっても全ての制約が満たされているとはかぎらない。

Objective：もしベストセルが定義されていれば、最大化／最小値されたセルの値を示す。

Best integer value：IP 問題における、最適解を示す。

Theoretical limit：IP 問題における、最適解の理論的な限界を示す。

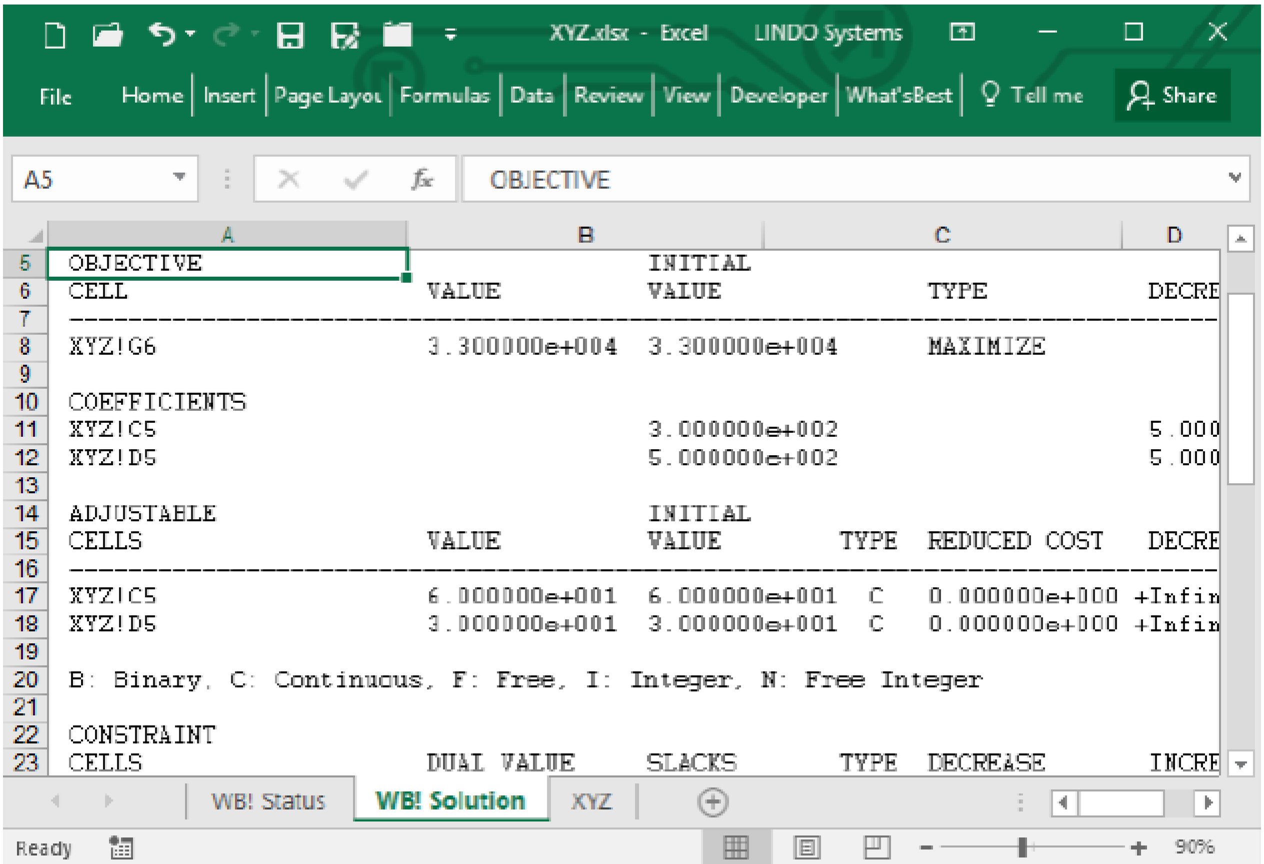
Solution Status：解の最終状態を示す。Locally Optimal（局所最適）、Globally Optimal（大域的最適）、Unbounded（非有界）、No Feasible Solution（実行可能解なし）、Undetermined（不定）。

Optimality Conditions：非線形モデルの解が、局所最適解の場合に、“SATISFIED”か“UNCERTAIN”のいずれかを表示する。

Solution Time：計算時間を、時間，分、秒で表わす。

（13）Solution Report

Solution Report を希望する場合、〔Reports、Location and Warning〕ボックスの〔Solution Report〕チェックボックスを選んでください。この設定以降のモデルを解くと、修正可能セル、制約セルに対する感度分析、ABC セル、その位置、タイプ、値、式のリストを含んだ WB!Solution と呼ばれるワークシートが作成される。Solution Report は、WB! Solution という新しいワークシートに含まれている。下記は、XYZ サンプル・モデルの Solution Report です。



デェフォルトでは、オフになっている。

注： Solution Report を作成すると、大きなモデルの場合解析時間が増えてしまう。

（14）Beginning or End

〔Reports、Location and Warning〕ボックスの〔Beginning or End〕ラジオボタンを選ぶと、作成されたレポートを、最初（一番左）のワークシート、あるいは全てのワークシートの最後（右端）に置くことができる。デフォルトは、最初すなわち左端です。

（15）ワーニング：

〔Reports、Location and Warning〕ボックスの下のチェックボックスは、Status Report に表示したいワーニングを選択できる。ワーニングには、

- Nonlinearity present　:　非線形関数や非線形の式がモデルに含まれていることを示す。非線形関数は、ソルバーの速度と効率に影響する。できるだけ、非線形の表現を避けてください。6 章参照。
- Reference to Blank Cell　:　ブランクセルが参照されたときに表示される。式中でブランクセルを参照する場合には、意図的（幾つかのブランクセルを含む大きな範囲を合計するなど）に含む場合と、意図的でない（A12 の代わりに A21 を間違って参照するなど）場合がある。
- Unsupported function　:　WB!がサポートしていない関数が用いられている場合に表示される。未対応の関数を含むセルは、解析中に再計算されない。
- No Best Cell　:　モデルにベストセルが設定されていないときに表示される。ベストセルを除くことは、意図的（ゴールシーキングモデル）であったり意図的でなかったり（最適解モデル）する。

Reference to Blank Cell 以外の全てのワーニングが、デフォルトで表示される。

（16）Delete Reports

ワークブックから、WB! Status や WB! Solution reports を削除するためには、〔Reports、Location and Warning〕ボックスの〔Delete Reports〕ボタンをクリックする。一旦設定すると、〔Reports、Location and Warning〕ボックスで設定したオプションに従って新しいレポートが作成されるが、既にモデルを解いてしまい、レポートが作成されてしまった場合や、レポートなしで保管したい場合などに有用です。

（17）Update Links

WBA.XLA ファイルが違う場所に保存されている PC 上でモデルを開く場合、モデルを正確に表示するためには、〔Help〕ボタンの下にある〔Update Links〕ボタンを押す。WB! 関数に元のパスが含まれているため、パスが現在の PC 上の WB!プログラム・ファイルの場所と異なっていると、“Update all Linked Information?”というメッセージを表示するプロンプトで、リンクの更新を勧めます。「No」をクリックしてください。

WB! 関数を含むセルを見てみると、その関数が作られた時点の WB!プログラム・ファイルのパスが含まれていることが分かる。例えば、次の関数に、

=WB(A1,　“<=”, B1)

下記のようなパスが割り振られているかもしれません。

「=‘C:¥PROGRAM FILES¥MICROSOFTOFFICE2000¥OFFICE¥EXCEL¥LIBRARY¥WB.XLA’!WB(A1,“<=”,B1)」

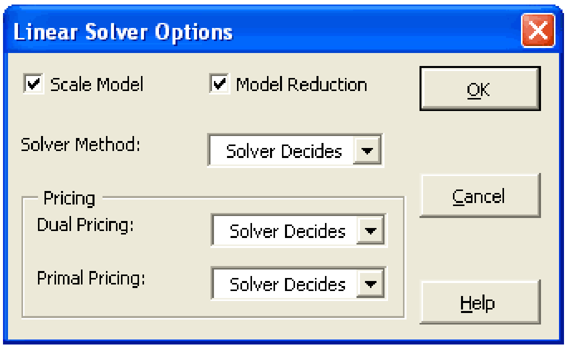
サンプルに含まれるモデルを使って確認してください。あなたの WB!アドイン・ファイル（WBA.XLA）の保存先と異なっているかもしれません。この時、WB!の〔Update Links〕コマンドを用いると、WB!の正しいパスをみつけてくれる。

アドイン・ファイルのパスをみつけ、古いパスを正しく更新してください。パスを間違ったままにすると、Excel は WB!のアドイン・ファイルを見つけるのに失敗し、正しくないパスを持つセルに####か#REF!のエラーコードを表示する。更新を行なった後は、ワークブックを上書き保存してください。

訳注：WB!の利用で、一度作ったシステムをそのまま使いつ図けて、Excel のバージョン・アップに何度 k 対応していないと、用いた関数がサポートされなくなったりして、稼働しないことが WB!以外のソフトでも起こるので注意が必要である。

4.3 Linear Solver Options

このコマンドで、線形ソルバーの関数オプションを制御できる。〔Options…|Linear Solver…〕を選ぶと、次のようなダイアログ・ボックスが表われる。



設定したいオプションを選んで、〔OK〕ボタンをクリックする。もし、選んだオプションをデェフォルトに設定したいのなら、〔WB! | Options…|Reset〕でこのオプションや他のソルバー・オプション全てをリセットできる。

（１） Scale Model

〔Scale Model〕ボックスにチェックすると、係数行列をリスケーリングし、係数の最大値と最小値の比を減少させることができる。リスケーリングを行なうと、丸め誤差が減少し、数値計算の安定化と精度を高めることができる。デェフォルトは、オフです。

(2) Model Reduction

〔Model Reduction〕ボックスにチェックすると、計算開始前にモデルから余分な変数と制約式を取り除くことができる。モデルの大きさを縮小し、解析時間を短縮してくれる（モデルのサイズがあまり縮小されない場合、計算時間にそれ程違いがない）。〔Model Reduction〕は、解析の効率によい効果をもたらす最も重要なオプションの１つです。しかし、場合によっては、良い方向に改善されたのか悪い方向に改善されたか分からないため、どちらが良い結果をもたらすかを実験してみることをお勧めする。

デェフォルトは、オフです。

（３） Solver Method

線形ソルバーとして、４つの手法から選ぶことができる。〔Solver Method〕のドロップダウン・ボックスより選択する。

①Solver decides

③ Primal Simplex

④ Dual Simplex, and Barrier

単体法は、実行可能領域の縁をつたって最適解に近づいていきますが、バリア法は領域の内部から最適解に近づいていく。Solver decides は、Primal Simplex（主単体法）法がデェフォルトとして選ばれる。おおよそのガイドラインとして、列（変数）よりも少ない行（制約）をもつスパースなモデルでは、Primal Simplex（主単体法）が良く、Dual Simplex（双対単体）法は行より列が少ないスパースなモデルに良い結果をもたらす傾向がある。Barrier 法は、密であるか大きなモデルで効果を発揮する。Barrier 法は、WB!のオプション機能です。Barrier オプションを購入していない場合、Primal Simplex 法がデェフォルトになる。Solver Method のデェフォルトは、Solver decides です。

（4） Pricing

〔Dual Pricing〕と〔Primal Pricing〕のドロップダウン・ボックスで双対単体と主単体法のプライシングの種類が選べる。プライシングは、単体法で選ばれた変数の相対的な価値を評価する方法です。

① Dual Pricing

ドロップダウン・ボックスから方法を選択できる。選択肢は、Solver decides、Partial と Steepest edge の 3 つです。デェフォルトは、Solver decides です。Solver decides を選択すると、WB!はモデルを分析し、どのタイプが良いかを決めてくれる。

- Partial Pricing 法は、目的関数の絶対値を一番よく改善する変数を選ぶ。これは、選ばれた変数と並行して他の変数がどう動くかを無視して選ばれる。これらの変数は制約条件にすぐに引っかかるので、実際の改善される率は小さいかもしれない。
- Steepest Edge Pricing は、目的関数の実際の改善を行なうように入念に変数の選択を行なうアプローチである。目的関数の改善度は、Steepest Edge 法は高く、繰り返しの回数は少ないが、計算時間が長くなる場合がある。

②Primal Pricing

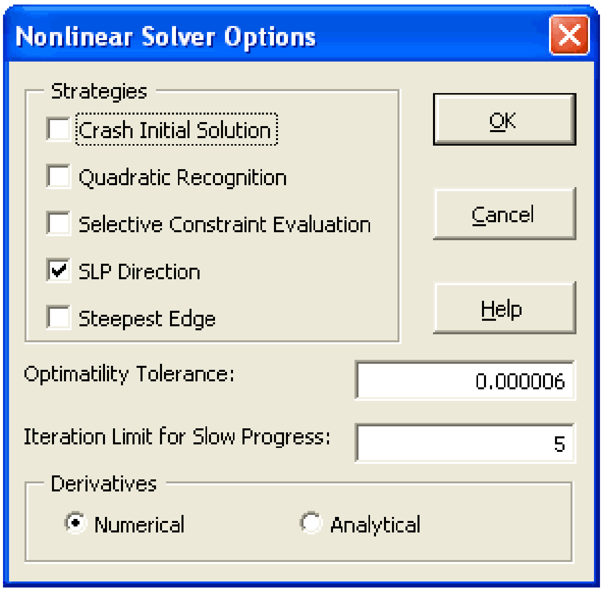
Primal Pricing のドロップダウン・メニューより、Solver decides、Devex、Partial の 3 つから選択できる。Primal Pricing のデェフォルトは、Solver decides で、WB!がモデルを分析し、どのタイプが良いかを決めてくれる。

- Partial 法は、繰り返しごとに小さな変数のサブセットのプライシングしていき、新しい興味範囲内の小さな変数のサブセットを決めるために断続的に全変数からのプライシングを行なう。
- Devex 法は、Steepest-Edge 近似アルゴリズムを用いて、繰り返しごとに、全ての列をプライシングする。一般的に、Devex 法を使用すると、全体的な繰り返し数は少なくなるが、Partial 法よりも 1 回あたりの時間が長くなる。Devex は、退化したモデルには有効である。

デェフォルトは、Solver decides です。

4.4 Nonlinear Solver Options

このオプションで、非線形ソルバーの機能を制御する幾つかの設定を行うことができる。〔Options…|Nonlinear Solver…〕で次のダイアログが表示される。



オプション設定後、〔OK〕ボタンをクリックすると、変更が反映される。デフォルトに戻したい場合、〔WB!|Options…|Reset〕でリセットして下さい。

（１） Crash Initial Solution

〔Crash Initial Solution〕を選ぶと、ヒューリスティック法で良い初期値を選んでくれる。この初期点が比較的に良いと、計算時間が短縮される。デフォルトはオフです。

（２） Quadratic Recognition

〔Quadratic Recognition〕チェックボックスをオンにすると、代数的に前処理を行い、不特定な非線形モデルのタイプが２次計画モデル（QP）であるかどうかを、非線形ソルバーが確認してくれる。モデルが QP ならば、２次計画ソルバーに引き継ぎ、より早く解くことができる。デフォルトはオフです。

（３） Selective Constraint Evaluation

〔Selective Constraint Evaluation〕をオンにすると、必要に応じた制約のみを評価する。すなわち、各繰り返しで全ての制約を確認することがないため、計算時間が早くなる。しかし、関数が定義されていない領域を含むモデルの場合、問題になることもある。例えば、WB!は、制約が定義されていない領域にソルバーが移動したかどうかを確認するために繰り返し制約を評価することを何度も行うことはない。この場合、ソルバーがその領域にこもる理由がないため、エラーとなり解析は中止される。このエラーを防ぐには、〔Selective Constraint Evaluation〕のチェックマークをはずす。デフォルトは、オフです。

（４） SLP Direction

〔SLP Direction〕をオンにすると、非線形ソルバーは新しい探索方向を計算するため逐次線形計画（successive linear programming, SLP）法を用いる。この方法は、繰り返し時間を短縮するために、探索に線形近似を用いる。繰り返しの数は多くなるが、実行時間は少なくなる。デフォルトは、オン。

（５） Steepest Edge

このオプションがオフの場合、非線形ソルバーは、他の変数がどんなに遠く外れているかを無視して、目的関数の改善率を最大にする変数を選ぶ傾向がある。この方法の欠点は、他の変数がすぐに制約の限

界に達し、実際に得られる目的関数の改善が少ないことです。〔Steepest Edge〕をオンにすると、ソルバーは少しだけ余分な時間をさいて、他の非零変数との相対的な改善度を調べ、変数を選ぶ。よって、各繰り返しで得られる目的関数の改善が平均的に大きくなる。デェフォルトは、オフです。

（６） Optimality Tolerance

ここに、最適化のトレランス値を設定する。非線形ソルバーは、各変数の値を少しずつ変え、目的関数の改善度を評価する。Optimality Tolerance で指定した値は、目的関数の計算から確認される改善率に科せられるトレランスとして用いる。

ある変数より得られた、結果が Optimality Tolerance で指定した値と等しいかそれ以下の場合、その変数の値をそれ以上調整しません。この値を限りなく 0 に近づけていくと、実行時間は長くなるが、モデルの定式化やスケーリングが良くできていない場合も、よりよい解が求まる場合がある。デェフォルトは、0.000006 です。

（７） Iteration Limit for Slow Progress：

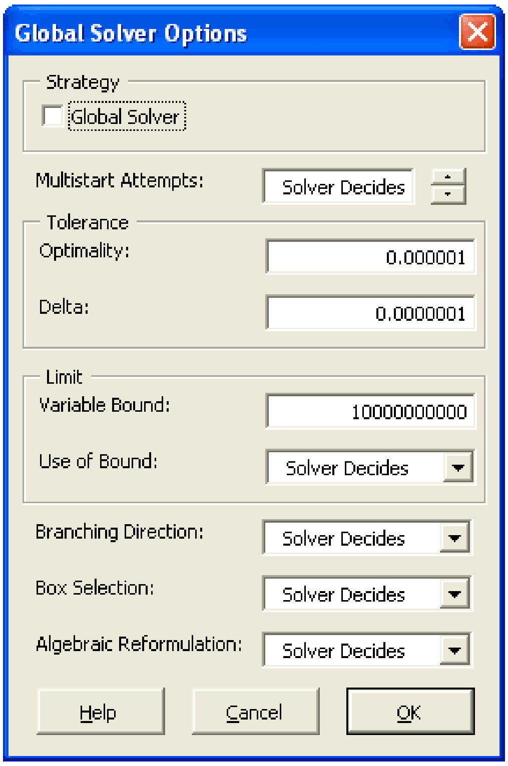
〔Iteration Limit for Slow Progress〕に、目的関数に有効な改良が見られなくなった後の繰り返し数の上限を指定できる。ここで指定した n 回で改良が見られない場合、ソルバーは計算を停止する。もし、最適解の周りが平らな目的関数の場合、最適解を得るには、相当多くの回数が必要になる。デェフォルトは 5 です。

(8) Derivatives

〔Derivatives〕欄の〔Numerical〕と〔AnalytiCal〕ラジオボタンで、非線形ソルバーの微分方法（数値微分と解析微分）を選べる。数値微分は、階差を用いて計算する。解析微分は直接制約式の算術演算を記号処理で分析する。デェフォルトは、0 か数値です。

4.5 Global Solver

〔Options...|Global Solver〕コマンドで、次のダイアログ・ボックスが表れる。



このオプションで、グローバル・ソルバーの機能を制御できる。

(1) Global Solver

〔Global Solver〕をオンにすると、グローバル・ソルバーは、元の非凸/非線形な問題を凸/線形問題に変え、幾つかに分けます。大域的な最適解を探すために、分けられた問題を徹底的に分岐限定探索する。計算が完了すると、数学的に大域的最適解が得られたことが保証される。デフォルトはオフです。

(2) Multistart Attempts

〔Multistart Attempts〕テキストボックスを使い、グローバル・ソルバーが複数の初期値をヒューリスティックに選択するよう設定できる。非凸モデルに複数の局所最適解がある場合に有効である。

(3) Optimality

〔Tolerance〕欄の〔Optimality〕テキストボックスで、最適化のトレランス値を設定できる。ある値が、現在の最適解よりも最低このトレランス値の分だけ良い場合のみ、新しい最適解とみなされる。デフォルトは、0.00000/1 です。

(4) Delta

〔Tolerance〕欄の〔Delta〕テキストボックスより、Convexification のデルタ・トレランスを指定できる。このトレランスは、Convexification の一部としてつけ加えた制約がどの程度満たしているかを計る尺度です。デフォルトは、0.000000/1 である。

(5) Variable Bound

〔Limit〕欄の〔Variable Bound〕テキストボックスより、Convexification で用いる変数の最大規模を設定できる。変数値の下限がこの値よりも小さい場合、この値のマイナス値として扱われます。この値より大きい上限を持つ変数は、この値と置き換えられます。これは、グローバル・ソルバーがより生産的な領域に焦点を置く手助けをしてくれる。Variable Bound のデフォルト設定は、100 億です。

（6）Use of Bound

〔Limit〕欄の〔Use of Bound〕のドロップダウン・ボックスで、モデルに用いられている変数に上記の Variable Bound を課すか否かを決定する。選択肢は、Solver Decides、None、All Variables、Selected Variables です。デフォルトは、0 か Solver Decides です。

（7）Branching Direction

〔Branching Direction〕ドロップダウン・ボックスで、変数を分岐するときに、最初に分岐する方向を指定できる。分岐する変数は、最も大きな測定値を持つものが選ばれる。選択肢は、Solver Decides、Absolute Width、Local Width、Global Width、Global Distance、Absolute Violation、Relative Violation です。デフォルトは、0 か Solver Decides です。

（8）Box Selection

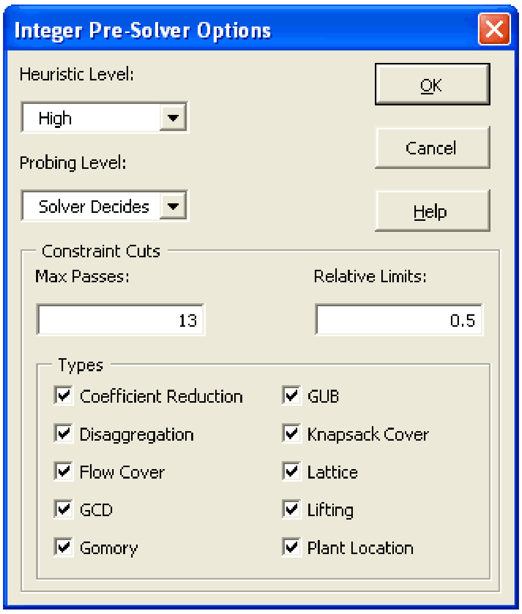
〔Box Selection〕ドロップダウン・ボックスより、大域的最適化プログラムを解くときに、分岐限定木にある、全ての有効なノード間の、選択のルールを設定できる。選択肢は、Solver Decides、Depth First、Worst Bound です。デフォルトは、0 か Solver Decides です。

（9）Algebraic Reformulation

〔Algebraic Reformulation〕ドロップダウン・ボックスより、代数的組成変更のルールを制御できる。これは、強い凸状の包絡線で、非線形/非凸関数を囲むためにとても重要です。不必要に大きな凸体で囲むことを減らすことにより、大域的最適解に収束する率を増やする。選択肢は Solver Decides、None、Minimum、Medium、Maximum です。デフォルトは、0 か Solver Decides です。

4.6 Integer Pre-Solver Options

〔Options…|Integer Pre-Solver〕コマンドで、次のダイアログ・ボックスが表れる。



整数計画法モデルは、組み合わせ数が整数変数の数で指数的に増えるため、解くのが本質的に困難です。この機能は、幾つかのヒューリスティックなプロシージャを用いて整数モデルを注意深く検証し、整数変数の組み合わせ数を減らしてくれる。この pre-solver の使用で、本格的な整数ソルバーにモデルを

使うまでもなく、解を推定できる場合もある。利用できるオプションは次の通りである。

（1）　Heuristics Level

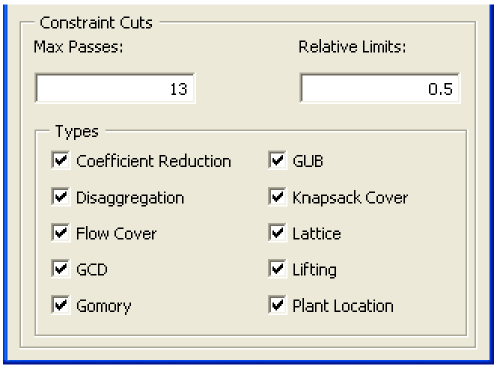
〔Integer Pre-Solver〕タブにある〔Heuristics Level〕オプションより、整数計画で用いるヒューリスティック法のレベルを制御できる。これらのヒューリスティックスは、良い整数解を素早くみつけるために分枝限定木の各ノードにある連続解を用いる。現在より良い整数解が求まると、大域的あるいは局所的な変数の限界を固定したり強めたりする。この手法はLPモデルにのみ適用される。非線形モデルでヒューリスティックを使用することに、メリットはない。None、Low、Medium と High の 4 つの選択肢がある。None は、ヒューリスティックを行なわない。他の 3 つは、ヒューリスティックのレベルを表わす。デェフォルトは、High です。

（2）　Probing Level

〔Probing Level〕ドロップダウン・ボックスより、適用する探索レベルを設定できる。レベル 1 が一番低く、レベル 7 が一番高い探索レベルになる。このオプションは、混合整数線形モデルで用いられ、より厳しい変数の限界や右辺定数項を推測するために整数変数を調査する。このプロセスは、式を厳しく、モデルをゆるめて解いた時に、整数変数が整数に近くなるようにしてくれる。大概の場合、Probing により、モデルは計算時間を短縮されるに十分なほどきつくなるが、Probing 時間の分、計算時間を増やす結果になってしまう場合もある。デェフォルトはSolver decides で、最善の結果になると考えられるレベルに設定する。

(3) Constraint Cuts

〔Integer Pre-solver〕タブにある〔Constraint Cuts〕欄で、線形ソルバーの切断生成フェイズの制御設定が行なえる。



〔Constraint Cuts〕トレランスの修正は、非線形モデルに関係しません。

WB!の整数計画 Pre-Solver は、制約切断を加えるために、モデルを入念に検証する。制約切断は、整数モデルの実行可能領域に含まれない連続モデル（整数制約がないモデル）の実行可能領域を、切り取るのに用いる。こうすることで大概の整数モデルは、次の 2 つのことが達成される。

- 連続モデルの解がより自然な整数を算出する。このため、分枝限定法ソルバーが処理しなければならない変数が少なくなる。
- 中間の解から導かれた限界が、よりきついものになる。このため、分岐限定木の上の方にある枝を処理しなくて済むようになる。

こういった改善で解析速度が劇的に早くなる。

① Max Passes

整数 Pre-Solver による、非負に許される最大繰り返し数を設定する。通常、得られる解の改善は、ある一定の点を過ぎると、繰り返すごとに減少するため、余計な繰り返しは解析時間を増やすのみとなる。そこで、整数 pre-solver はモデルを検証し、式につける適切な切断を決定する。デフォルトは 13 回です。

② Relative Limit

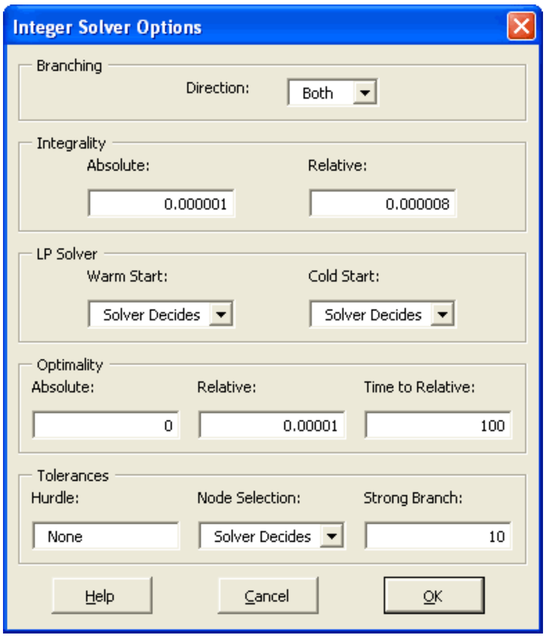
多くの整数計画モデルは、制約切断をつけ加えることでメリットが得られる。しかし、切断をつけ加えることで、解析時間を節約するよりも、切断を生成するのに時間がかかることがある。このため、生成される制約切断の数の相対的な上限を、〔Relative Limit〕欄で設定できる。デフォルトは、元の式の真の制約数の 0.5 倍です。

③ Types

制約切断の生成する 10 の方法を、この欄より選ぶことができる。各方法の詳細を述べるのは、本書の主旨を越えている。興味がある読者は、整数計画法のテキストを参照。デフォルトでは、全て方法がオンになっている。

4.7 Integer Solver Options

このオプションで IP ソルバーの機能を制御できる。〔Options|Integer Solver〕を選ぶと、次のダイアログ・ボックスが表れる。



IP オプションの設定法を理解するために、IP の問題がどのように解かれるかを理解するとよい。デフォルトオプション設定で IP 問題を解く場合、次のようなステップになる。

1) 先ず、IP 制約を取り去った LP モデルとして解きます。IP の目的関数値は、LP の目的値より良くないため、こうすることで真の IP モデルの目的関数の理論的な限界が分かる。

2) 次に、分岐限定法を用いて、最適な IP 解を求めます。分岐限定法は、知的な方法で検証すべき解の数を最小にしつつ、可能な IP 解を探索する。しかし、探索すべき解の数は、整数変数の数で指数的に増え

るため、整数変数の数が多いと時間がかかる。

〔Optimality Tolerance〕のようなオプションで、この分岐限定法をどれくらい徹底的に行なうかを設定できる。大概〔Optimality Tolerance〕を設定すると IP 問題の計算時間が減少する。

(1) Branching

〔Branching〕オプションより、分岐が向かう方向を設定できる。Branch-and-Count マネージャーが現在分数である整数変数を無理矢理整数にした場合に分岐が起こる。〔Direction〕を〔Up〕にすると、分岐限定法は、ある整数変数の値を、その実数値より大きくて一番近い整数に丸めます。〔Down〕にすると、実数値を超えない一番大きな整数にする。〔Both〕を選ぶと、最初にどの方向を選ぶかを学習して決める。デフォルトは、〔Both〕です。

(2) Integrality

計算機の丸め誤差のため、IP 変数に正確な整数値を常時見つけられるとは限りません。

〔Integrality〕の 2 つのトレランス〔Absolute〕と〔Relative〕は、その誤差の許容範囲を決める。

①〔Absolute〕では、許容できる絶対残差を指定する。I が X に一番近い整数であり、X が次を満たす場合、X は整数 I と考えることができる。

[X – I] – [x] <= [Absolute Integer Tolerance]

デフォルト値は 0.00000/1 です。もしこれを 0 に設定すると、実行可能解があるモデルでも実行可能解なしとなってしまうことがある。

②〔Relative〕では、許容できる相対誤差を指定する。I が X に一番近い整数であり、X が次の条件を満たす場合、X は 1 であると考えることができる。

$$\frac{|X - i|}{|X|} \le \text{相対誤差}$$

デフォルトは、0.000008 です。これを 0 に設定すると、実行可能解があるモデルでも実行可能解でなくなる場合もある。

(3) LP Solver

混合整数計画モデルの解析中に、分岐限定法は解の各ノードで LP モデルを解きます。これらの LP モデルの解法として、〔Primal〕、〔Dual〕、〔Barrier〕(Barrier オプションを契約している場合)から選択できる。〔LP Solver〕欄の 2 つのオプション〔Warm Start〕と〔Cold Start〕の選択を、初期ベースがある (warm start)、なし (Cold start) で制御できる。

〔Warm Start〕:

初期値として使えるベースがある場合、Warm Start オプションを使って、解の各ノードで使われる分岐限定法の線形ソルバーを制御してください。

〔Cold Start〕オプションは、以前に解いた解がない時に用いるソルバーを決定する。

- Solver decides : 最も適切なソルバーを WB!が指定する。
- Barrier : Barrier 法を用いる (Barrier オプションのライセンスがある場合)。ない場合は Dual ソルバーを選ぶ。
- Primal : Primal ソルバーが無条件に選ばれる。
- Dual : Dual ソルバーが無条件に選ばれる。

一般的に、〔Solver decides〕が最適なソルバーを選択する。Barrier ソルバーには、事前にある解を

用いることができないため、必ずしもこの方法が最適な解を与えてくれるとは限りません。再最適化には、Primal 法よりも Dual 法の方が早い。

〔Cold Start〕:

事前に分かった解がない場合、〔Cold Start〕オプションより、各ノードで用いる分岐限定法の LP ソルバーを制御してください。利用可能なオプションは次の通りです。

- Solver decides：最も適切なソルバーを WB!が指定する。
- Barrier：Barrier 法を用いる（Barrier オプションのライセンスがある場合)。ない場合は Dual ソルバーを選ぶ。
- Primal：Primal ソルバーが無条件に選ばれる。
- Dual：Dual ソルバーが無条件に選ばれる。

〔Solver decides〕による判断が、最適な結果につながる場合が多いのですが、他のオプションを試すこともよいでしょう。

(4) Optimality

〔Optimality〕欄には、〔Absolute〕、〔Relative〕、〔Time to Relative〕の 3 つのトランスが含まれている。これらのトレランスは、ソルバーが最適解にどれだけ近づくかを制御するのに便利です。理想的には、ソルバーがモデルに最適な解を見つけるのがベストなのですが、不幸にして、IP 問題は大変複雑であり、確実に最適な解を求めることは大変困難です。大きな IP モデルを解くのに、数日後に真の解を得るよりも、数分後に真の最適解と数%しか違わない解を得たい場合、このトレランスは有用です。

〔Absolute〕:

〔Absolute〕トレランスは正の値 r で表され、分岐限定法ソルバーに、見つけた解より少なくとも r だけ良い最適解を探すよう指示する。多くの IP モデルには、似たような候補がたくさんあるため、現在みつかっている解よりも著しくよい解がない枝に、ソルバーが惑わされないようにするのに便利です。モデル化がまずい場合、効率を上げるためにこのトレランスを増やす必要があるかもしれませんが、一般的に、このトレランスを用いない方がよいでしょう。多くの場合は、〔Relative〕トレランスのほうが効率を上げるために有効である。デフォルトは 0 です。

〔Relative〕:

〔Relative〕トレランスは、$0 \le r \le 1$ の実数です。今までみつけた整数解よりも少なくとも 100×r%よい値を持つ IP 解のみを探す。この方法で得られた最終解には、2 つの面がある。計算時間の改善というよい面と、得られた解が真の最適解でないことです。しかし、真の解は得られた整数解の 100×ｒ%以内で保証されている。適切な範囲として、0.01 から 0.05 の範囲をお勧めする（真の解から 1%から 5%以内の解を得る設定)。大きなモデルで、数%しか違わない満足解が数分で得られるなら、真の解を数日かかって求めるよりも有意義な場合が多いでしょう。デフォルトは、0.00001 です。

(5) Time to Relative

IP モデルが比較的容易に解けそうな場合、上記の Relative トレランスを用いて満足解を得るより真の解を求めたいと思うでしょう。一方、しばらく計算してみて容易に解が求まらないことが分かると、Relative トレランスを設定したくなるかもしれません。そこで、ここでは直接 IP 解を計算する秒数を指定し、その時間内で解けない場合、Relative トレランス使用に切り替えることができる。デフォルトは、100 秒です。

(6) Tolerance

〔Tolerance〕欄より、分岐限定法で用いる分岐法を制御するための3つの異なったトレランス(Hurdle、Node Selection と Strong Branch) を設定できる。

① Hurdle:

解の目的関数値を知っている場合、Hurdle テキスト欄にその値を入れてください。この値は、最適値の探索範囲を狭めるために、分岐限定法のマネージャーで用いる。WB!は、Hurdle 値よりも良い目的関数値を持つ整数解だけを探索する。ユーザーが入力した値は、初期解を探すときに用いる。ソルバーは、Hurdle 値を目安とし、これより悪い目的関数を持つ探査木を無視する。このように、問題によっては解析にかかる時間を短縮できる。しかし、真の整数解より良い Hurdle 値を設定すると、実行可能解がないというメッセージが表示される。いったん初期の整数解をみつけると、Hurdle トレランスの効果はなくなる。この点で、Relative Optimality Tolerance が役に立ちます。

Hurlde は Relative Optimality Tolerance と異なる。Hurdle のみを使って整数解がみつかった場合、そこより真の整数解が得られる。例えば、最大化問題で、最適解は少なくとも 95 である自信があるとする。それを Hurdle 値とした設定した場合、WB!はそれ以下の探索木を無視するため、真の解が 93 なら、"Solution Status: No Feasible Solution Found"というメッセージが表示される。

デェフォルトは None です。

注: Hurdle 値を入力する場合、少なくともそれより良い解があることを確認してください。ない場合、解をみつけらることができない。

② Node Selection:

分岐限定ソルバーが、分岐限定木をどのように展開するかで、大きな自由度を持っている。ソルバーが木の分岐ノードを選ぶ順序を〔Node Selection〕ドロップダウン・ボックスで制御する。

- Solver decides -デェフォルトで、分岐する最適なノードを学習によって推測する。
- Depth first – 木の深さを第一に探索する。
- Worst Bound – 最も悪い境界でノードを選ぶ。
- Best Bound – 最も良い境界でノードを選ぶ。

一般的に、Solver decides が最良の結果となる設定を決定してくれる。他のオプションを用いると効果を発揮するモデルもあるので、設定を変えて実験してみるのも良いでしょう。

③ Strong Branch

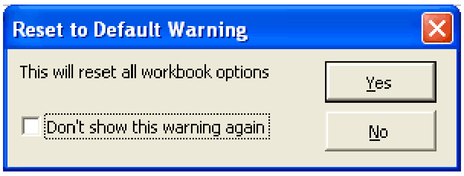
Strong Branch を用いて、分岐限定木の最初の n レベル(n はオプション指定)間では強力な分岐法を用いるよう設定できる。この初期レベルで、分岐候補として分数変数をピックアップする。そのサブセット内の各変数に対して一時的な分岐を行い、目的関数を一番改善する結果の良いものを最終的に選ぶ。

強い分岐はバウンドを素早くきつくするのに役立ちますが、計算時間が著しく増えてしまう。モデルにとって、どのレベルがよいかを決めるのに、設定を幾つか試みてください。デェフォルトは、10 です。

4.8 Reset to Default

このコマンドで、全てのワークブック・オプションをデェフォルトにリセットできる。しかし、このコマンドでは、グローバル・オプションをデェフォルトに戻すことはできない。最初にこのコマンドを使用

すると、次のダイアログ・ボックスが表れる。



“Don’t show this warning again”をチェックすると、残りのセッション中このボックスを非表示にできる。

5章　関数と演算子

WB!はExcelの多くの数学関数や論理関数をサポートし、また独自の関数も備えている。

5.1　WB!がサポートしている関数と演算子

次のExcel関数と演算子をサポートしている。

(1)　　関数

ABS*	ACOS	ACOSH	AND*
ASIN	ASINH	ATAN	ATAN2
ATANH	AVERAGE	COS	COSH
EXP	FALSE	HLOOKUP**	IF*
INT*	LN	LOG****	MAX*
MIN*	MOD*	NORMSDIST	NOT*
NPV	OR*	PI	PRODUCT
SIGN*	SIN	SINH	SQRT
SUM	SUMIF**	SUMPRODUCT	TAN
TANH	TRUE	TRUNC*	VLOOKUP**
WBINNERPRODUCT***			

(2) 演算子

^	/	=
*	<	>
+	<=	>=
-	<>	%

*このマークのついた項目は、滑らかでない関数や演算子を示す。これらの関数を用いると、解析に時間がかかったり、グローバル・ソルバーが使用されない場合は非最適解という結果になる場合がある。数学モデリングの概要の平滑度についての説明を参照してください。

**SUMIF()関数は、ある特定の状況以外ではサポートされていない。詳細については、関数 SUMIF、または関数 VLOOKUP（HLOOKUP）を参照。

***WBINNERPRODUCT は WB!が提供する関数です。この関数は SUMPRODUCT と同等ですが、WBINNERPRODUCT の場合、行×行ではなく行×列という違いがある。

**** LOG は、基数 10 または 2 つの引数を仮定して 1 つの引数をサポートできます。

(3) 線形化

WB!がサポートしている滑らかでない関数と演算子は、ほぼ全てソルバーが線形化と呼ばれる処理を通して自動的に滑らかする。線形化とは、滑らかでない関数や演算子を除去し、滑らかでない関数や演算子を線形変数や整数の追加集合と置き換えて元のモデルと数学的に同等で滑らかなモデルを生成することです。除去される可能性のある関数と演算子は次のものです。

関数	演算子
ABS	<
AND	<=
IF	<>
MAX	=
MIN	<
NOT	>=
OR	
INT	
SIGN	
VLOOKUP	
HLOOKUP	
SUMIF	

上記リストに加え、WB!は 0/1 の積や連続型変数も線形化できる。詳細は 6 章参照。線形化のオプションについては、4 章を参照。

5.2 統計関数

WB!は、独自に 6 つの統計関数をサポートしている。これらの関数は、もともとスプレッドシートでサポートされている関数と同じように使用できる(例:SUM、SUMPRODUCT、ABS など)。関数の前には等号(=)をつける。例えば、逆三角累積分布関数の場合、「=WBTRIAINV(0.7,1,2,3)」となる。シンタックスや引数の詳細を紹介する。

(1) SUMPRODUCT の変形 －WBINNERPRODUCT

この関数は SUMPRODUCT と同じですが、項を行ごとに乗算する代わりに、項を行*列ごとに乗算して合計します。

Syntax: **WBINNERPRODUCT (Range1, Range2)**

Range1 or Range2	乗算して合計する列または行を含むセル範囲。 Range1 と Range2 は 1 次元の範囲であり、範囲は同じサイズと形状でなければなりません。

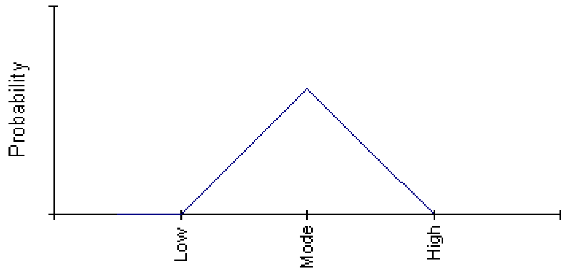
Note: WBINNERPRODUCT 関数のネストは推奨できない。関数 WB（A1、 "<="、WBINNERPRODUCT（B2：B4、A3：A5））は避けるべきです。

(2) 逆三角累積分布関数－TRIAINV

この関数は悲観値、最頻値、楽観値の逆三角累積分布を表示する。

Syntax: **WBTRIAINV (Prob, Low, Mode, High)**

Prob	三角分布に対する確率。0 以上 1 以下でなくてはならない。
Low	三角分布の下限。
Mode	分布のモード（最頻値）Low と High の間になくてはならない。
High	分布の上限。Mode 以上である。



例えば、TRIAINV(.7,1,2,3)は 2.2254 となる。これは、モードが 2 の場合三角分布の範囲は[1,3]となり、結果が 2.2254 以下となる確率が 70%であることを示す。

(3)　逆指数累積分布- EXPOINV

この関数は、平均と標準偏差の逆指数累積分布を表示する。

Syntax : **WBEXPOINV (Prob, Mean)**

Prob	指数分布に対する確率。0 以上 1 以下でなくてはならない。
Mean	分布の相加平均。0 以上でなくてはならない。

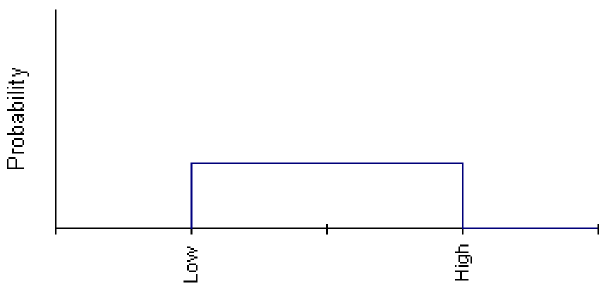
例えば、EXPOINV(.5,1)は 0.69315 となる。これは、平均が 1.0 の指数分布の場合、結果が 0.69315 以下である確率が 50%であることを示す。

(4)　Inverse Uniform Cumulative Distribution - UNIFINV

この関数は、悲観値と楽観値の逆一様累積分布を表示する。

Syntax:　**WBUNIFINV (Prob, Low, High)**

Prob	一様分布に対応する。0 以上 1 以下でなくてはならない。
Low	一様分布の下限。
High	分布の上限 High は Low 以上でなくてはならない。



例えば、UNIFINV(0.4,1,2)は 1.4 となる。これは、間隔が[1,2]である一様分布の場合、結果が 1.4 以下である確率が 40%であることを示す。

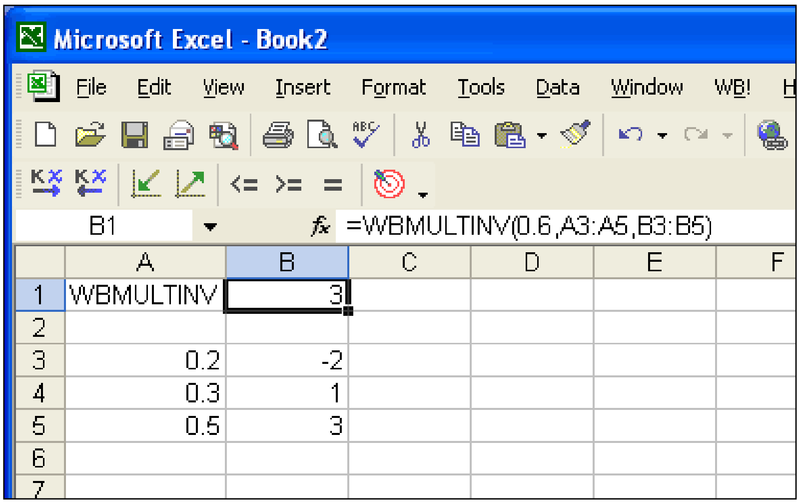
(5)　Multinominal な逆累積分布- MULTINV

この関数は、与えられた確率集合と対応する値の多項式累積分布の逆数を返します。

Syntax: **WBMULTINV (Prob, ProbRange, ValueRange)**

Prob	多項な分布に対する確率。0 以上 1 以下でなくてはならない。
ProbRange	確率を含むセルの範囲。Prob 範囲は 1 次元範囲である。(1 行もしくは 1 列から成っていなければならない)。
ValueRange	各確率に対する値を含むセルの範囲。Value 範囲は Prob 範囲と同じサイズで同じ形である。

例えば次の例を考える。



WBMULTINV (0.6、A3 : A5、B3 : B5) は 3 を返す。これは、結果の 60%が X 以下であるような最小結果 X が X = 3 であることを意味します。

(6) 標準正規線形損失関数 - NORMSL

この関数は、Z が標準正規確率変数である場合の max{0, Z-X}の期待値を返す。
在庫モデルの場合、WBNORMSL(X)は需要が正規分布の場合、需要がレベル X を超えると予想される量です。

Syntax: **WBNORMSL (Value)**

Value	Value は実数である。

6 章　モデルの数理

6.1　導入

モデルの内容により、計算時間、WB!で用いられている解法、返される解のタイプに影響がある。ここでは種々の関係を説明し、それらが解の探索にどんな影響を与えるかを説明する。WB!を利用するにあたって、この章に書いてある知識を必要とはしませんが、問題を解く道具として WB!をより効果的に使いこなす手助けになる。

6.2　表現のタイプ

数学的な表現は、モデルの特長で分類される。最も一般的なものは、線形と非線形です。モデルのタイプは Status レポートの〔Model Type〕欄に表示される。

(1)　線形

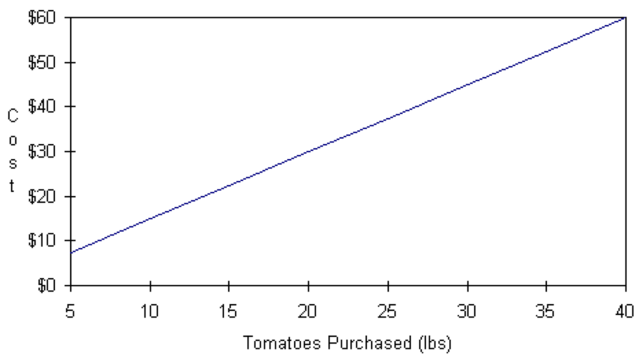
方程式が全て 1 次式なら、その問題は線形と呼ばれる。これは方程式に 2 次、3 次のべき乗や変数による割り算、変数の積を含まないことを意味する。すなわち、線形式には比例性がある。変数に 1 単位の増加や減少があると、式もある一定量比例的に増加や減少する。

最も簡単な線形式は直線です。例えば、1 ポンド$1.5 でトマトを買うとしよう。式または関数は、変数 T で表されるトマトの購入量で価格 C を計算する。式は、

C = 1.5 * T

となる。

すでに推測できるように、費用を表すグラフは直線です。



線形関係は、複数の変数で表すこともできる。例えば、ジャガイモ（P）を 1 ポンド$0.75 で、りんご（A）を$1.25 で追加購入の場合、価格は次のようになる。

C = 1.5 * T + 0.75 * P + 1.25 * A

この新しい価格の式は線形です。あるいは、3 つの線形表現の和と考えても構いません。

(2)　非線形

定義によれば、線形でない全てのモデルは非線形です。非線形モデルは、変数に 1 次以外のべき乗、積などの関係を含んでいる。また、IF、MAX、MIN のような非線形のスプレッドシート関数や指数関数などの多くの数学関数で表されている場合もある。

非線形モデルは、線形モデルよりも解くのが困難です。線形モデルと異なり、解があっても、その解が

見つからない場合もある。あるいは、もっと良い解があるにもかかわらず、ある解を最善とみなしてしまうこともある。こういった望ましくない結果を最小限にするために、モデルの定式化や求解に工夫が必要です。

（3）　**線形化**

モデル内に 1 つでも非線形式が含まれていると、モデルは非線形とみなされ、WB!は非線形ソルバーを用いる。解析するモデルが非線形かどうかは、Solver Status ウィンドウの〔Model Type〕欄で分かる。同じ数の制約であっても、非線形モデルの解析は線形よりも計算時間が長くかかる。このような非線形表現を線形表現に変えることを **Linearization（線形化）**と呼ぶ。**WB!は、ABS、IF、MAX、MIN などの非線形スプレッドシート関数や論理演算子の前処理の段階で色々なレベルで線形化できる**。これらの関数や演算子のリストは 5 章に掲載されている。

全ての非線形表現が同等な線形表現に変換できると、非線形ソルバーの代わりに線形ソルバーが適用できて理想的です。非線形式から線形式への変換の例として次の非線形式をみてみよう。

X / Y = 10

Y で X を割っているので非線形となっている。これを次のような乗算に書き換えると、線形式になる。

X = 10 * Y

こういった変換を続けていくと、非線形問題を線形問題にすることに成功するかもしれません。非線形モデルを完全に線形化することに成功すると、例えば見つからなかった解が見つかるなどの報酬は膨大です。線形化による利点は 7 章 7.13 の「Linearization Option and Construction Cost Estimation」モデルを参照。

WB!の線形化オプションで、非線形モデルを全て線形に変えられるという保証や、時間の短縮につながるという保証はない。幾つかの例外的ケースでは、線形化オプションをオフにした方が良い場合もある。このため、このオプションは〔General Options〕ダイアログ・ボックスでユーザーが任意のパラメータの設定を選ぶことができる。色々と設定を変えてどれが一番効果的か試してください。

なるべく始めから線形式でモデルを作ることを勧めます。WB!が非線形であると表示した場合、非線形セル内の式を見直し、再定式できるかどうか考慮してみて下さい。

注:	「Nonlinearity present」のワーニングがオン（〔General Options〕ダイアログ・ボックス）の場合、全ての非線形セルの位置が Status Report に表示される。

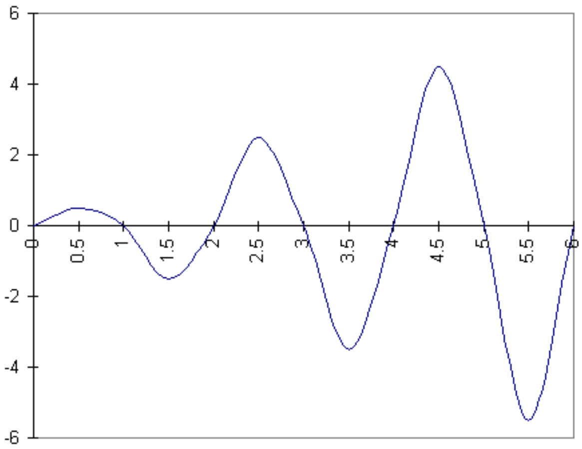
6.3　局所最適解と大域的最適解

線形と非線形問題は、様々な解のあり方に分れます。WB!が線形モデルの解を見つけた場合、それは間違いなく最善の解であり、**大域的最適解（global optimum）**と呼ばれる。これは非線形モデルの場合には当てはまりません。非線形モデルは、局所最適解と呼ばれる解を幾つか持つことがあり、近くにそれ以上よい実行可能解がないということ示すにすぎません。

大域的最適解は、実行可能解の中で一番良い解です。非線形モデルでは、単に局所解が見つかるだけで、大域的最適解が必ずしも見つからないことに注意すべきです。WB!は見つけた解のタイプを、線形の場合は Globally Optimal、非線形の場合は Locally Optimal、と Status レポートの〔Solution Status〕欄に示す。

複数の局所最適解を有するのが非線形の特徴で、それらは大域的に最適ではない。次の例でこの特徴の説明と色々な局所最適解の探索法を説明する。

次のモデルを考えてみよう。B3 は修正可能セルで、B4 は B3＊SIN（3.1416×B3）の式を最小化し、B5 は制約式（B4<=6）を含んでいるとする。以下のグラフは、最小化される B4 セルの目的関数式を、B3 が 0 から 6 の間で表している。最小値を探すなら、B の局所解として谷間の 0、1.564、3.529、5.518 を見つけるでしょう。この場合、6 の前の最後の谷間は 5.518 なので、これが大域的最適解となる。



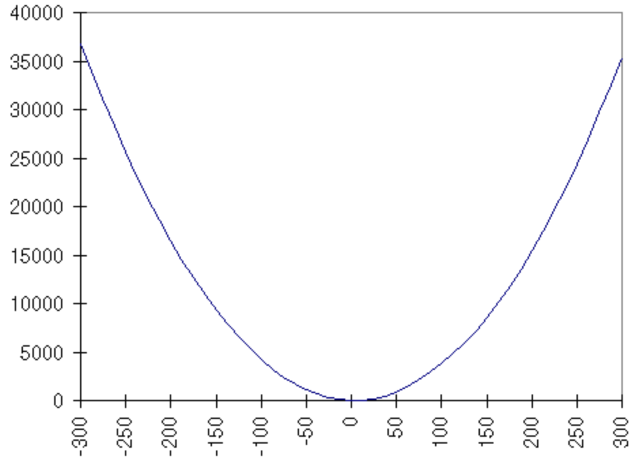
混合関数：B3*SIN(3.1416*B3)

このグラフを一連の丘と想定してください。あなたは、真っ暗な中、最も標高が低いところを探している。探索を B3=3 から始めた場合、左へ進む一歩一歩は上り坂です。右へ進むと下り坂となる。したがって、低い点を探すために右へ進みます。あなたは、この坂が下っている限り右方向へ進みます。B3=3.529 に到達すると、小さな平坦な場所に出るでしょう（傾斜が 0 すなわち微係数が 0 の場所）。そして、右に行き続けると上り坂になる。左へ戻ると下ってきた坂をまた上ります。現在すぐそばに見つかる範囲で一番低いところ－局所的に最も低い地点－にいる。それははたして一番標高の低いところなのでしょうか。暗闇の中では判断がつきません。

非線形ソルバーは、このような問題に対して最善を尽くし、ユーザー指定の初期値から局所最適解を探す。これにより、局所最適値を探索することができる。WB!は先ず修正可能セルの初期値を出発点に選ぶ。よって、違う出発点を入力した場合、違った最適解をみつける場合もある。この例では、初期値を B3=5 から 6 に設定した。これで得た局所最適解がたまたま大域的最適解だった。修正可能セルにどんな初期値を入れるのが良いかは、分からないかもしれませんが、初期値は大域的最適解に近ければ近いほど良い。問題によっては、Global オプションを契約していない場合は初期値を変えて何回か解いてみることが、より良い解を見つける際に役立つでしょう。

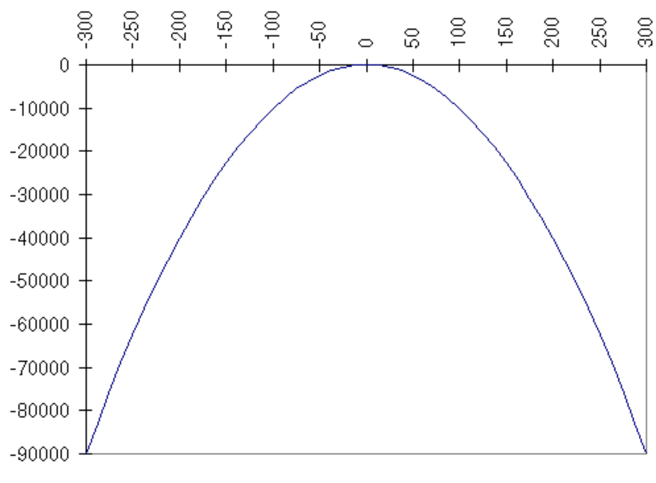
1)　凸性

非線形関数の凸性が大域最適解が 1 つであるか複数の局所最適解かを決定する。次の例は変数が 1 つの凸関数のグラフです。



完全な凸関数: $0.4 * (A1-3)^2 + 0.5$

幾何学的に、関数上もしくはそれよりも上の領域に含まれる 2 つの点を結ぶ直線が全体的にその関数上もしくはそれよりも上の領域に含まれる場合、凸と定義される。上記のグラフにみられるように、制約のない凸関数は、唯一の最小値を持ち、初期値に関係なく大域的最適解が得られる。しかし、関数が凸状でない場合、複数の局所解があるため、求まった解は大域的最適解ではない。複数の変数を持つ関数の凸性の決定は容易ではない。数学では、2 次微分の行列全てが正定値、あるいは正の固有値を持つ場合凸になる。そして、2 次微分の全てが非負なら凹です。凸と凹は逆向きの関係で、次のグラフは凹の例である。



完全な凹関数: Graph of $-(A1^2)$

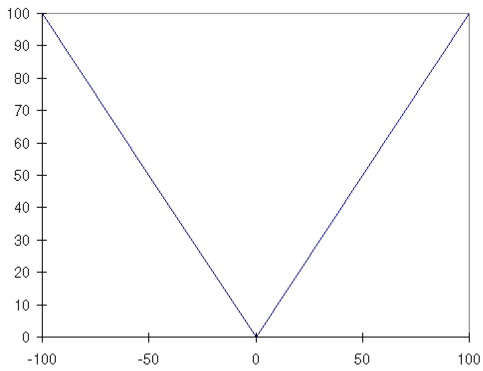
混合関数のグラフは上記の X*SIN(*B3)を参照。

6.4　滑らかか滑らかでないか

滑らかな式は、各点に確定した1次微分（勾配や傾度）がある。グラフ的に、変数を1つ持つ滑らかな関数は、突然曲がったり途切れたりすることなく1つの実線で書くことができる。

(1)　微分不可能な式

滑らかでない式は微分不可能か不連続関数を含んでいる。1次微分が定義されていない1つ以上の点を含む式は微分不可能で、グラフは突然曲がったりしている。修正可能セルの絶対値（ABS（A1））がその例である。下記を参照。

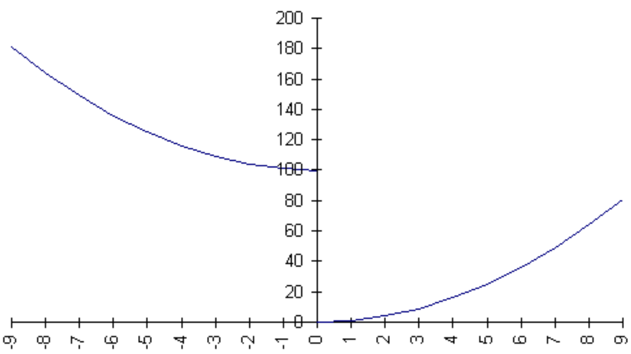


微分不可能な関数：ABS(A1)

上記グラフの線は、0で曲がっている。このような現象は解析時間を大幅に増やしてしまう。滑らかでない関数の追加例としてMAXとMINがある。

(2)　不連続式

不連続関数のグラフには、切れ目がある。次のように、修正可能セルを引数として使うスプレッドシートのIF関数がよく不連続な式を表すのに使われる。A1>0では$A1^2$であり、A1≦0では$A1^2$＋100である。



不連続関数：IF(A1>0,A1²,A1²+100)

滑らかでない関数の途切れや急なカーブになる点で、滑らかな関数にない難しさがある。できるだけ

滑らかでない関数を用いない定式化を行なって下さい。

6.5 結果

解や分析の結果はStatus レポートに表示される。Status レポートは、解析終了後にワークシートとして挿入される（Status レポートを無効化していなければ）。Status レポートは、ワークシートのWB!Status タブをクリックすれば見ることができる。

ソルバーを〔Interrupt Solver〕ボタンを押して中断したり、解析の繰り返し数を制約していなければ、Status レポート内の〔Solution Status〕欄に下記のうちいずれかのメッセージが表示される。

(1) 最適化モデル

セルが最大化または最小化目的関数に選ばれ、モデルを解析すると幾つかの結果が起こりうる。

① Globally Optimal【大域的最適性】

ソルバーが、全ての制約条件を満足する最適解を発見したときに「Solution Status: GLOBALLY OPTIMAL」というメッセージがStatus レポートに表示される。全ての制約を満たしており、これ以上良い解はない。

② Locally Optimal【局所最適解】

非線形モデルの場合は局所最適解が計算される。全ての制約を満足する一部のエリアで最善の解です。"近くに"これより良い解はない。この解の近傍の他によりよい解があるかもしれませんので、他の局所最適値を探すために、大域的最適解オプションがない場合は、修正可能セルに異なった初期値を入れ、何度か解くことが懸命な方法かもしれない。

③ Optimality Conditions in Nonlinear Models【非線形モデルの最適条件】

非線形モデルで、局所最適のSolution レポートに加え、WB!の最適条件が「SATISFIED」か「UNCERTAIN」を報告する。数学ではKuhn-Tucker（または、Karush-KUHN-Tucker）の条件と呼ばれている。一方、素人はフラット条件というかもしれない。

制約条件を持たない関数に対し、最適条件を満足するということは、幾何学的には目的関数が「平」であることを意味する（すなわち、ピークの頂上または谷の底）。代数的には、各変数に対し偏微分が0になるということです。これらの条件を説明するのは、本書の範囲を超えている。

2つの理由で、最適条件が不確定と報告されることがある。1つは、最適解（ベストセル値）が目的関数の不連続な点もしくは滑らかでない点にあり、傾きが定義できない場合です。傾きを定義できない場合、最適条件を満たしているとは言えません。よって、「UNCERTAIN」となる。次に、何回かの繰り返しで目的関数が改善されない場合、最適条件が満たされていなくても解析を停止する。これは、かなり広い範囲に渡って目的関数が平な場合に起こる。

局所解の場合は、最適条件が満たしているにせよ、不明であるにせよ、もっと良い他の局所解があるかもしれない。最適性を証明する条件が不明であっても、得られた解は局所解になる。しかし、解の改善のために、他の初期値を与えてモデルを解くことを念頭でください。

④ No Feasible Solution Found【実行可能解がない】

全ての制約を満たす解が得られなかった場合「Solution Status: No Feasible Solution Found」というメッセージが表示される。モデルが線形の場合、全ての制約を満たす解がなかったことを示す。モデルが非線形の場合、1）実行可能解がない、2）実行可能解があっても、WB!が見つけることができない、の

いずれかである。詳しくは英語版の原著の 9 章を参照。

⑤ **Unbounded【非有界】**

制約を全て満足しているにもかかわらず、最小化問題では無限に小さく、最大化問題では無限に大きくなってしまうモデルの場合、「Solution Status: Unbounded」と表示される。詳しくは英語版の原著の 9 章を参照。

⑥ **Undetermined【不明】**

大きなエラーがある場合に「Solution Status: UNDETERMINED」と表示される。詳しくは英語版の原著の 9 章を参照。

(2) 最適化しないモデル

ベストセルを指定しなかった場合（目的関数がない場合)、実行可能解または実行可能解がみつからなかったことの報告の 2 種類の出力が考えられる。非線形最適化モデルと同様、モデルが非線形の場合は WB!で得られない実行可能解があるかもしれない。修正可能セルに異なった初期値を入れ、何度か解くことが懸命な方法かもしれない。

6.6 WB!を用いたモデル作成ガイドライン

（ここでの議論はプロ向けで多くの読者は考慮不要。最新版の英文原著の 4 章の知識が必要）

簡単な線形モデルの作り方の例は 1 章で紹介した。そして、7 章で紹介する例は様々な離型モデルを用いて、線形や非線形モデルをどのように作るかを説明する。モデルを作りながら、定期的に解析を行い、Status レポートを確認して、そのモデルのタイプ（線形・非線形）や特徴を確かめるのも役立つ。一般的に、変数の数が同じ場合、線形モデルの解析が一番早く、非線形を解くのが一番大変です。線形モデルの解析が、非線形モデルの解析よりも時間がかかることはまずない。

線形や非線形モデルが解に近い場合（制約がほんの少しのみ違反されている場合)、実行性トレランスを上げると解を得ることができる。トレランスは〔Linear Solver Options〕や〔Nonlinear Solver Options〕ダイアログ・ボックスで設定できる。

複雑な線形モデルの場合、〔Linear Solver Options〕ダイアログ・ボックスにあるオプションで解を得たり、解析時間を短縮できる。先ず始めにしておくべきことは、〔Model Reduction〕オプションのオン・オフです。線形問題の中には違う Solver Method を使った方が早いものもある。大きなモデルは、バリア法で大幅に解析時間が短くなる。逆に単体法は小規模なモデルやスパースモデルの解析時間が早い。大きな整数計画問題は解析が難しく、解を得るのに時間がかかる。実行不可能な問題を解いたり、解析時間を短縮するには〔Integer Solver Options〕ダイアログ・ボックスにある様々なオプションを試して見よう。Optimality Tolerance を設定すると、最適解の数%内の解であれば満足するならば、走行時間を大幅に短縮できる。ある問題は Branching Direction（分岐の方向）が Up に設定されているとより早く解ける。全ての Constraint Cuts のアプリケーションを All Nodes に設定した場合、問題を解く事ができるかもしれない。Probing Levels を設定して、解析時間を減らすこともできる。このレベルを 3 かそれ以下に設定することを推奨する。

非線形問題は一般的に解くのが難しく、解を得るのに「Feasibility Tolerance」か「Optimality Tolerance」の設定が必要となる場合が多くある。色々な方法を試してみてください。

多くの非線形問題は、線形で表現できるにもかかわらず、非線形を用いたりしてしまうため不必要に複雑であったり、解析時間が長かったりする。〔General Options〕ダイアログ・ボックスの〔Linearization〕オプションは、自動的にそういった非線形式を線形式に書き換え、これを線形化と呼ぶ。線形化は非線形式を線形式に書き換えることができれば、非常によい改善に繋がる。もし、線形化が非線形式の一部にしか行えない場合、パフォーマンスレベルを損ねるかもしれない。

上記で説明した非線形問題を解くオプションは、非線形問題を解く上でとても重要な支援となる。しかし、問題が余りよくできていないと、オプションは質の悪い定式による影響の緩和にしかなりません。質のよい非線形問題のためのアドバイスは次の節で説明する。

6.7 よい非線形モデルを作るために

非線形モデルは非常に複雑です。モデルが一番効率よく定式化されていることを確かめるのにわずかな努力を払うことで、解と信頼性と時間に著しい影響を与えます。この節では非線形モデルを作るためのガイドラインを提供する。

(1) よい初期値を与える

修正可能セルの初期値は、解を得るまでの WB!のパスに影響する。最適解付近の初期値を修正可能セルに入力すると、解析時間が短縮される。ほとんどの場合、よい初期値を特定することはできないが、似た問題をすでに解いていたり経験から適切と考えられる値を知っていたらそれを使った方がよいでしょう。全く分らない場合は、全ての制約を満たす自明な値を入力してみよう。どのような値でも適切な値ならば 0 から始めるよりはよいはずです。

修正可能セルの初期値には、修正可能セルを参照する式に入れたときに、定義されない初期値を出す値を入れないようにしてください。例えば、修正可能セルで割る場合、0 を入力すると式が定義されないので、0 を使わずに解析してください。0 しか思いつかない場合は、0.1 のような値を用いればよい。

次の場合、再最適化のために初期値を変更する場合である。

- **得た解よりもよい解があると思われる場合**
- **WB!が“No Feasible Solution Found”というメッセージを出力しても、実行可能解があることを確信している場合**

(2) 妥当な拘束条件の利用

修正可能セルの下限や上限の値を制限する適切な制約を追加すると、解析時間の短縮に繋がります。例えば、修正可能セル A1 の適切な値は 500 から 1000 です。この範囲外の値は数学的に不可能である。意味のないことに計算時間をかけないように、次の 2 つの制約を追加してください。

WB(A1,″>=″, 500)

WB(A1,″<=″,1000)

同様に、値や定義されない範囲（ゼロ除算した）を探索しないよう制約を加えて限定すると、計算時間の短縮、解の信頼性の向上につながります。

(3) モデルのスケールを適切な範囲にする

なるべく同様な単位を使って同じような規模のモデルにしてください。数学的に、大きさが桁違いの数字の計算には時間がかかり、丸め誤差が生じやすくなり問題になる場合がある。**例えば、8.5%（.085）の利子と予算制約$12,850,000 を表す式を含む金融問題を考えて見よう。利子と予算のスケールの差は、10^9（1/100 対 10,000,000）です。一番大きな単位と一番小さな単位の差が 10^4 以下であることが好ましい。この場合、予算は百万ドルの単位で表すことができる。$12,850,000 を$12.85 と表すのです。これで、規模の差が 10^4 まで縮まりました**（1/100 対 10)。

(4)　簡素化

なるべく非線形ではなく線形式を使うようにしてください。非線形式の中には線形式に書き換えることができるものもある。簡単な例は、2 つの修正可能セルの制約の比率です。次の制約をみてください。

WB(A1/B1,"<=", .25)

A1 と B1 は 0 以上の修正可能セルです。

A1 と B1 の関係は非線形です。制約式の両側を B1 で乗算できれば、

WB(A1,"<=", .25*B1)

となる。これは、数学的に元の式と同等であると同時に非線形な関係が線形になる。

可能な限り滑らかでない関係、例えばスプレッドシート関数の IF、MAX、MIN、ABS、などのテーブル参照関数を使わないで下さい。滑らかでない関係のモデルの解析は難しくなる。可能ならば、滑らかでない関係を近似し、滑らかにしてください。

(5)　整数指定を減らす

整数指定を減らすと解析時間が大幅に減ります。大きな数字を含んでいる場合は整数指定せずに丸めることですぐに整数モデルに必要な条件に合った解を得ることができる。

7章　サンプル・モデル

製造業、金融、工学、スケジューリング等で、LPやNLPのエレガントな概念が、現実世界の要求に答えることができる。表計算の利用の拡大と利点は、数理モデリングのより伝統的な手法と比較して、データ間の関係の視覚化が容易になった。

7章では、9つの分野で以下の28個のすぐに役立つサンプル（雛型）・モデルを紹介する。どのモデルもWB!のモデル化の方法をはっきりと示す。

（1）　混合問題

7.1)　BLENDING

指定された要求品質の条件を満たす製品を最低費用で作るために様々な質の成分を配合するモデル。

7.2)　CHANCE-CONSTRAINED BLENDING

上記と同じだが、配合する成分の質がランダムであり、モデルが非線形であるモデル。

（2）　工学モデル

7.3)　BOX DESIGN

色々な設計品質に見合ったキャビネットの寸法を求める単純な非線形モデル。

7.4)　FLOW NETWORK MODELING

複雑なネットワークの流量と圧力を計算するモデル。

（3）　金融モデル

7.5)　BOND PORTFOLIO OPTIMIZATION

指定のキャッシュ・フローを満足させながら費用を最小化する債権の購入を勧める多期間モデル。

7.6)　LOCKBOX LOCATION

遅延を最小限に食い止めながら、全ての顧客に対応する回収箱の設置モデル。

7.7)　MARKOWITZ PORTFOLIO PROBLEM

分散を最低限に抑え、望みどおりの収益率になるようアセットを選択するモデル。

7.8)　PORTFOLIO WITH TRANSACTION COSTS

分散を最小限に押さえ、仲介業者に払う費用や他の手数料を引いて望みどおりの収益率になるようにアセットポートフォリオを調整するモデル。

7.9)　PORTFOLIO – MINIMIZING DOWNSIDE RISK

減価償却のリスクを最小限に抑えるためにアセットポートフォリオを購入し、維持するモデル。

7.10)　PORTFOLIO SCENARIO MODEL

3つの違ったリスク測度を最小化し、その差を示すモデル。

（4）　予測モデル

7.11)　SEASONAL SALES FACTORING

過去の売上歴から季節的な要因を見つけ、予想を改善するモデル。

7.12) EXPONENTIAL SMOOTHING

過去のデータを用いて将来的な売上を読むテクニックを表す2つのモデル。

(5)　線形化オプションの例

7.13) CONSTRUCTION COST ESTIMATION

WB!の線形化によるパフォーマンスの改善と建設費用を見積るモデル。

(6)　マーケティング

7.14)　STRATIFIED SAMPLING

信用性のある結果を出すポーリングサンプルから費用が最小のものを決定するモデル。

7.15)　CAR PRICING

非線形の価格モデル（売上が相互依存している場合)。

7.16)　MEDIA BUYING

最低費用で目的関数の視聴率を満たす広告スペースを購入する場合のモデル。

(7)　生産モデル

7.17)　MULTI-PERIOD INVENTORY MANAGEMENT

多期間にわたって、十分な部品を保存しながら、在庫にかかる費用を最小限に抑える在庫管理モデル。

7.18)　PRODUCT MIX

手持ちの資源を使い、色々な製品を作り、利益を最大限にするモデル。

7.19)　THE BUILDING BLOCK METHOD

混合製造モデルと輸送モデルを１つの大きなモデルにしたもの。一般的な問題解析へのアプローチ。

7.20)　WASTE MINIMIZATION IN STOCK CUTTING

無駄を最小限に抑え、シートやコイル素材を色々な長さに切るモデル。

7.21)　PLANT LOCATING

需要を満たしつつ、輸送費用を最小化するために工場やウェアハウス施設の探し方を実演するモデル。

(8)　従業員スケジュールモデル

7.22)　STAFF SCHEDULING

最少の費用で必要な人員を揃えるためのモデル。

7.23)　STAFF SCHED.: PREFERRED ASSIGNMENT

人員の希望を満たしながら必要なシフト配分を行うモデル。

7.24)　STAFF SCHED.: TWO STAGE FIXED SHIFT

2つの目的関数を満たすモデル。この場合、費用の最小化と従業員の満足度の最大化が目的関数となる。

(9)　輸送計画モデル

7.25)　PIPELINE OPTIMIZATION

最低限の費用で、ルートごとの限界を超えることなく資源を運ぶモデル。

7.26)　SHIPPING COST REDUTION

需要を満たしながら、一定費用のかかるルートの出荷費用最小化を図るモデル。

7.27)　TRAFFIC COST MINIMIZATION

交通量によって費用が変動するネットワーク上のルートの使用にかかる出荷費用を最小化するモデル。

7.28)　TRUCK LOADING

サイズの異なる物をコンテナに入れ、効率の最大化を図るナップサック問題。

各サンプル・モデルの詳細は、以下の節で説明する。サンプル・モデルディレクトリにあるファイルの名前とモデルのタイプは、各サンプル・モデルの始めにリストされている。モデルのタイプは、線形、非線形、そして非線形/線形モデルに分類されている。非線形/線形モデルの表示にある非線形モデルは、〔Linearization〕オプションで線形化できるモデル（Construction Cost Estimation）です。モデルのタイプには、このモデルが最適化モデルかどうかも示してある。最適化モデルか最適化モデルでないかの差については、7 章を参照。

7.1　配合

ファイル名：HOGFEED　　　モデルタイプ：LP

概要

ここでは、動物の餌の製造元における配合の例を取り上げる。最小の費用で、指定した量の成分を含む最終配合物をどのように製造するかがこの問題です。

豚の餌の場合、問題は極めて重大です。どのように原料を組み合わせれば最も安い費用で栄養価の高い餌を製造できるのか。この問題の解の質は、何千匹もの腹を減らした豚を持つ養豚場のオーナーの損益に大きく影響を及ぼす。餌の原料の価格は変動しやすいため、問題の複雑性や信頼できる解の重要性は明らかです。

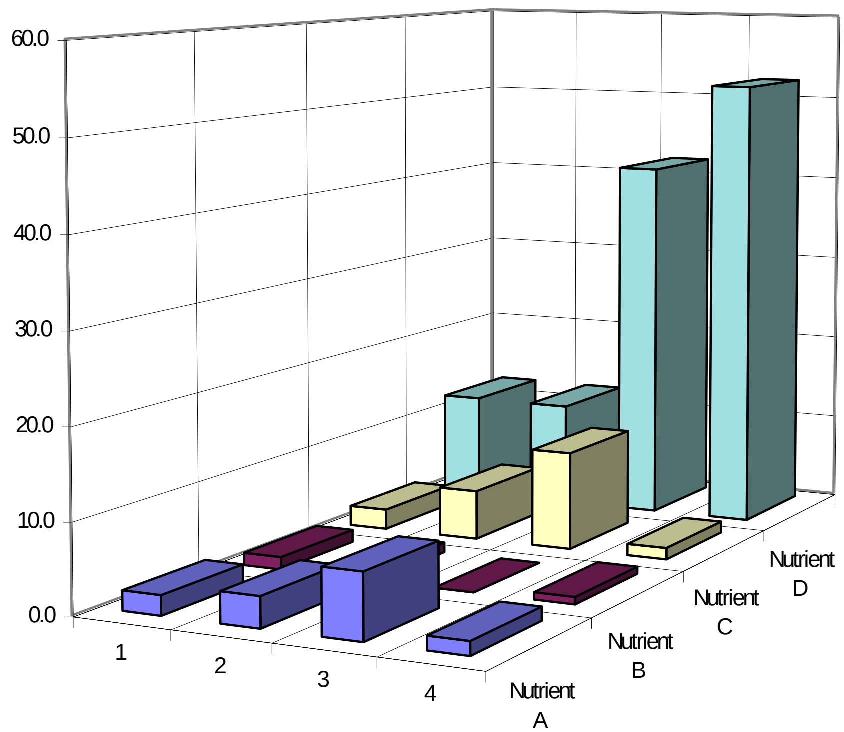
配合問題の重要性は、畜産の分野をはるかに超えた分野でも注目されている。最も安い費用で、指定した特性を持つ合金を生成する組み合わせや、複数の人口動態学的グループで目標視聴率（視聴率）を獲得するのに最も効率のよい宣伝媒体の組み合わせが例として挙げられる。

①　問題

Swine & Roses養豚場は、大きく健康な豚を早く成長させるために、餌の製造にあたって、4つの栄養素A、B、C、Dの最低条件を満たしていなければなりません。

②　背景

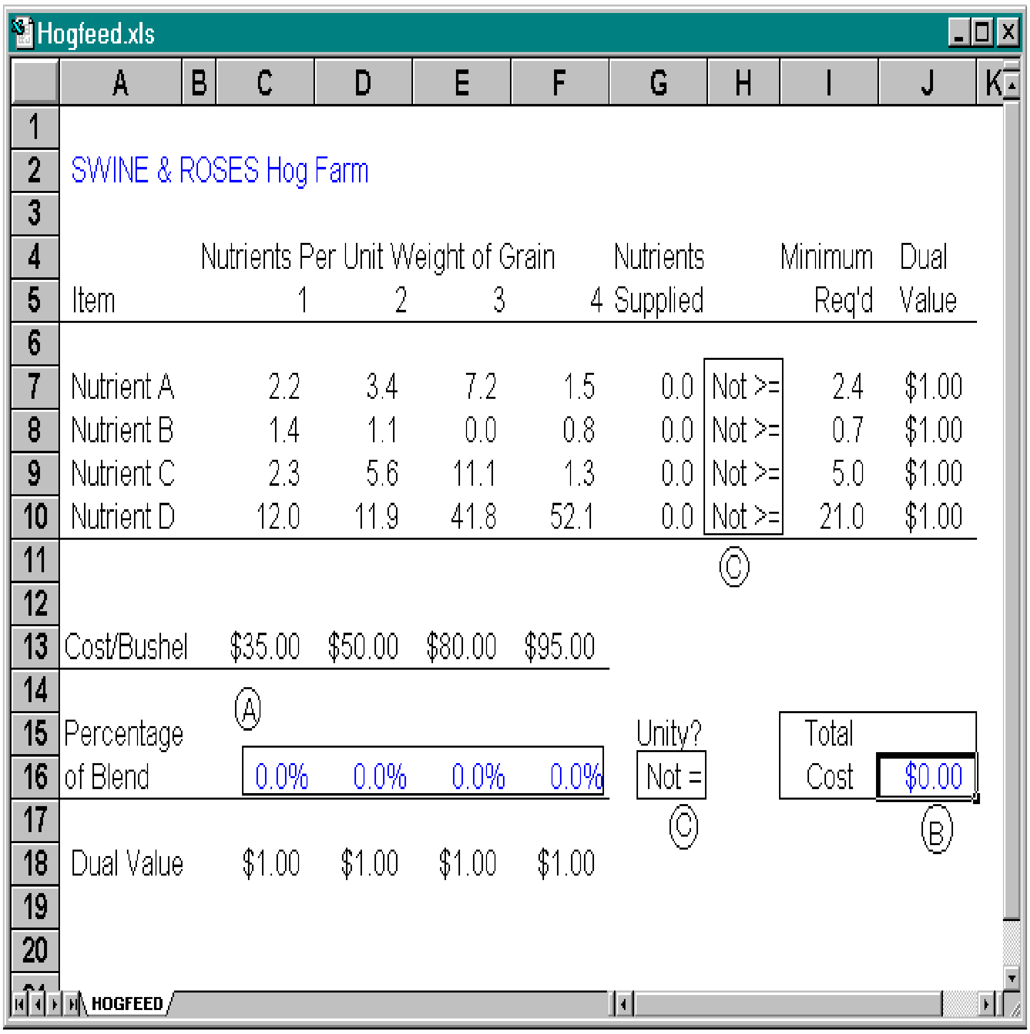
これらの栄養素は四つの異なる穀物に含まれている。各穀物は、4つの栄養素を異なる割合で含んでおり、価格は市場の状況によって変動する。次のグラフは穀物に含まれる栄養素を表している。



③　目的関数セル

最適化の目的関数は、S&Rが必要な栄養素を最小費用で満たすために、各穀物をどの位購入するかを決定することです。前触れもなく価格変動が起きた場合は、得られた解が間違う可能性があることを念頭でください。

③　　ワークシート


Hogfeed.xls

SWINE & ROSES Hog Farm

Item	Nutrients Per Unit Weight of Grain 1	2	3	4	Nutrients Supplied		Minimum Req'd	Dual Value
Nutrient A	2.2	3.4	7.2	1.5	0.0	Not >=	2.4	$1.00
Nutrient B	1.4	1.1	0.0	0.8	0.0	Not >=	0.7	$1.00
Nutrient C	2.3	5.6	11.1	1.3	0.0	Not >=	5.0	$1.00
Nutrient D	12.0	11.9	41.8	52.1	0.0	Not >=	21.0	$1.00
						Ⓒ		
Cost/Bushel	$35.00	$50.00	$80.00	$95.00				
	Ⓐ							
Percentage of Blend	0.0%	0.0%	0.0%	0.0%	Unity? Not =		Total Cost	$0.00
					Ⓒ			Ⓑ
Dual Value	$1.00	$1.00	$1.00	$1.00				

HOGFEED

A.修正可能セルの決定

このモデルの中で自由に変更できるセルは、各穀物の「購入する比率（%）」(C16からF16）です。

B.ベストセルの定義

この問題の目的関数は、最低額で栄養条件を満足させることです。J16（総費用）には、計算式SUMPRODUCT(C16:F16, C13:F13)が含まれている。式は、配合の割合（PerCentage of Blend）×各穀物の立法インチごとの費用（Cost Per Bushel）です。

C.制約式の指定

この問題には2つの制限事項がある。

1)　最終的な配合物が豚に必要な栄養素を満たしていなければならない。

これは、各栄養素（G7:G10）が必要レベル（I7:I10）に達するまで「Not（>=)」インディケータを出力するセル（H7:H10）を作成することで実行される。

2)　G16（C16:F16の和）は100%になる。

「Nutrient Supplied」欄にあるNutrient A（G7）には、各穀物の配合の割合（PerCentage of Blend）と各穀物のNutrient Aの量の積を足し合わすSUMPRODUCT（C7:F7、＄C$16:$F$16）が含まれ。各穀物は異なる割合の栄養素（C7:F10）を含んでいる。

最適解を求めてみよう。

Hogfeed.xls

SWINE & ROSES Hog Farm

Item	Nutrients Per Unit Weight of Grain 1	2	3	4	Nutrients Supplied		Minimum Req'd	Dual Value
Nutrient A	2.2	3.4	7.2	1.5	3.7	>=	2.4	$0.00
Nutrient B	1.4	1.1	0.0	0.8	1.0	>=	0.7	$0.00
Nutrient C	2.3	5.6	11.1	1.3	5.0	=>=	5.0	$4.55
Nutrient D	12.0	11.9	41.8	52.1	21.0	=>=	21.0	$0.17
Cost/Bushel	$35.00	$50.00	$80.00	$95.00				
Percentage of Blend	68.5%	1.3%	30.2%	0.0%	Unity? =		Total Cost	$48.78
Dual Value	$0.00	$0.00	$0.00	$57.88				

HOGFEED

解は、＄48.78/立法インチでした。Grain4は、割引きがなく＄95/立法インチのため購入しません。

D. 双対価格

このスプレッドシート上に、双対価格は2ヶ所（C18:F18とJ7:J10）に位置している。

J7からJ10の双対価格は、各制約（H7:H10）を一単位ずつ減少させた場合の利益を表わす（どの程度の金額が節約できるか)。これは例えば、栄養素Cの要求を4に減らした場合、立法インチごとに4.55ドル節約できるということを表わす。同様に、栄養素Dを20に減らすと、立法インチごとに0/17ドル節約できる。栄養素AとBの双対価格は0です。これは、H7とH8の制約に余裕があるため、最適な配合にすでに必要以上の栄養素AとBが含まれ、制約条件を緩めても節約にはならないことを示す。

Swine & Roses配合モデルのもう1つの双対価格（C19:F18）は、最小費用の配合に使うために費用効率を高くするために在庫の穀物の価格を減らす量を示す。例えば、穀物4の双対価格は＄57.88（F18）です。これは、穀物4がHOGFEEDモデルの最適解になるのに、穀物4の価格をどれだけ減らすかを教えてくれる。これは、値引交渉をする場合に知っているとよい価格です。双対価格について詳しくは、３を参照。

7.2　確率制約条件配合

ファイル名：HOGCHANC　　モデルタイプ：NLP

概要

HOGFEED配合は、最終的な餌に盛り込まれる穀物の栄養素が一定であり、分かっている確定的なモデルでした。しかし、もし栄養素の割合が不確定で、ランダムな場合はどうでしょうか。これは、より現実的な非線形モデルです。

①　問題

ある程度の確度をもって必要な栄養素を満たすために餌に混ぜる4つの穀物(栄養素の内の1つがランダムで変化する場合)の量を決定する。

②　背景

4つの穀物のサンプルを幾つかテストしたところ、栄養素Dの割合がランダムに変化し、それが普通に配分されていることが分りました。そこで、新しい配合を考え出し、栄養素Dの必要最低限の量を少なくても95%の確率で満たしたい。

各穀物の平均と分散を計算した（内容の平均は、HOGFEEDモデルと同じ)。栄養素Dを計算する式は下記のようになる。

（配合内の栄養素Dの平均）－　Z*（栄養素Dの標準偏差値）>=21

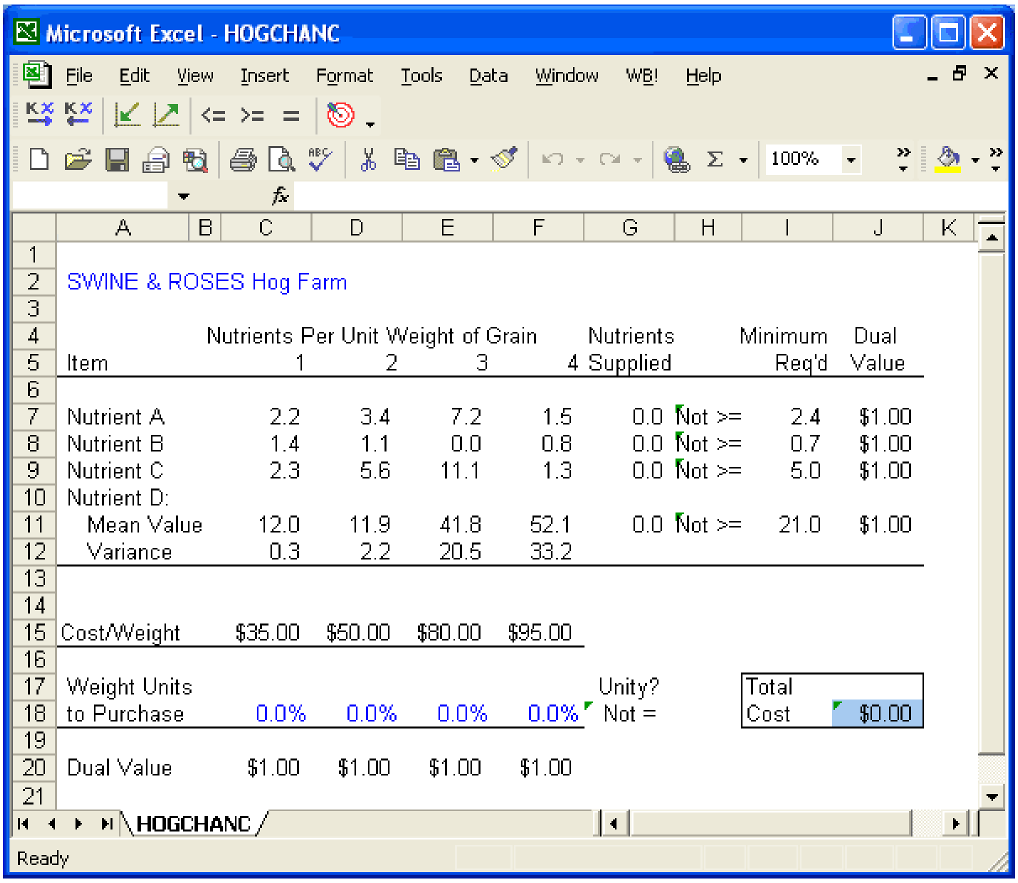
栄養素Dの95%信頼区間内はZ=1.645（Z値に関しては、統計の初歩テキストを参照）で計算できる。

③　目的関数セル

目的関数は、必要な栄養素を最低限の費用で満たすことであり、各穀物を本日の価格でどれくらい購入するかを決定することです。

④　ワークシート

サンプルファイルにあるHOGCHANCワークシートを見てください。



A. 修正可能セルの決定

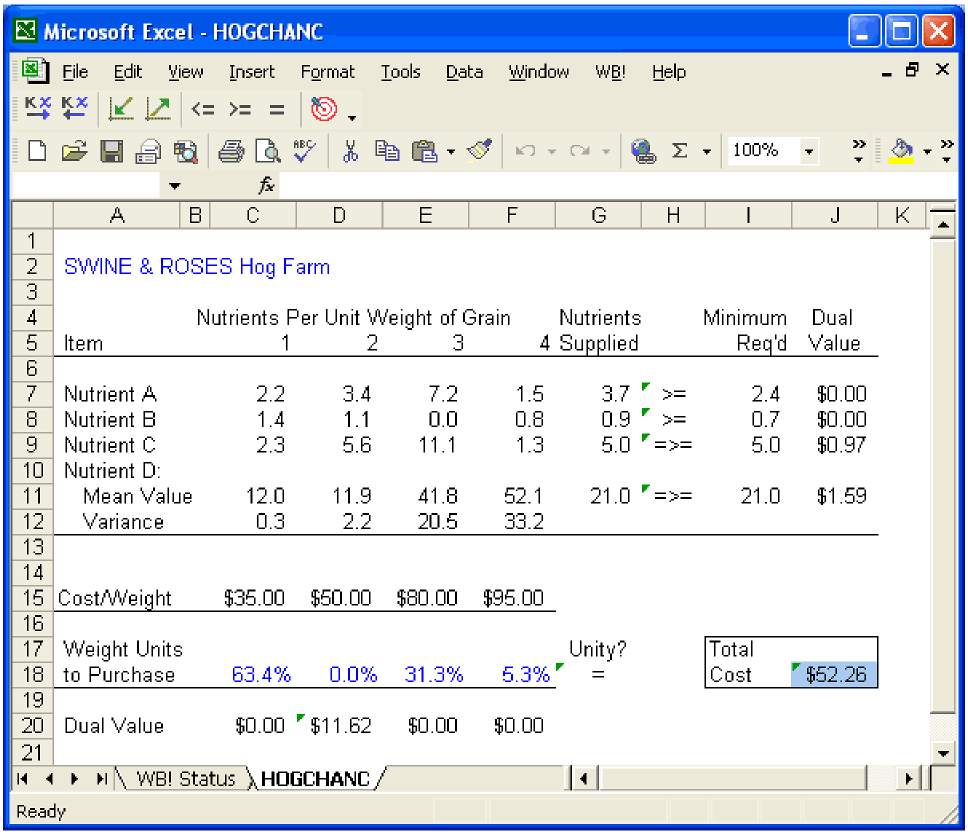
このモデルの中で自由に変更できるセルは、各穀物の「Weight Unit (%)」(C16からF16) です。

B. ベストセルの定義

この問題の目的関数は、最低費用で制約を満たすことです。Total Cost (J18) に含まれる式、SUMPRODUCT(C18:F18,C15:F15)を見てみると、価格か購入量の変化が、価格に直接関係することが分かる。もちろん、WB!は、購入量 (C18:F18) しか変えることができない。

C. 制約式の指定

この問題の制約は、最終的な豚の餌 (混合物) が最低限必要な量の栄養素を含む筆意鵜があるということです。この制約は、各栄養素に対する制約セル (H7:H9,H11) で実行する。各制約は、Nutrients Supplied (G7:G9,G11) が必要最低量 (I7:I9,I11) に達するまでは「Not>=」で表示される。問題を解いてみよう。



Item	Nutrients Per Unit Weight of Grain 1	2	3	4	Nutrients Supplied		Minimum Req'd	Dual Value
Nutrient A	2.2	3.4	7.2	1.5	3.7	>=	2.4	$0.00
Nutrient B	1.4	1.1	0.0	0.8	0.9	>=	0.7	$0.00
Nutrient C	2.3	5.6	11.1	1.3	5.0	=>=	5.0	$0.97
Nutrient D:								
Mean Value	12.0	11.9	41.8	52.1	21.0	=>=	21.0	$1.59
Variance	0.3	2.2	20.5	33.2				
Cost/Weight	$35.00	$50.00	$80.00	$95.00				
Weight Units to Purchase	63.4%	0.0%	31.3%	5.3%	Unity? =		Total Cost	$52.26
Dual Value	$0.00	$11.62	$0.00	$0.00				

最低費用は＄52.26/立法インチでした。栄養素Dのばらつきをカバーするために、HOGFEEDで計算された解よりも高くなっている。栄養素Dはたくさん含まれているが比較的高い穀物4を使わなければ、95%信頼区間内で制約を全て満たすことができなくなるからです。

D. 双対価格

このスプレッドシート上に、双対価格は2ヶ所（C20:F20とJ7:J9, J11）に位置している。J7:J9, J11の双対価格は、各制約（I7:I9, I11）を一単位ずつ緩めた場合の潜在価格またはリワード（節約できる金額）を表わす。例えば、栄養素Cの制約を4まで減らした場合、1立方インチごとに0.97ドル節約できる。また、4.9でも0.97ドルの節約となる。少しだけ栄養素を減らしても豚に影響がないなら、よい決定かもしれない。栄養素AとBの双対価格は0です。これは、H7とH8の制約に余裕があるため、最適配合にすでに余分な栄養素AとBが含まれ、制約を緩めても節約にはならないことを示す。

Swine & Roses 配合モデルのもう１つの双対価格（C20:F20）は、未使用の穀物を費用の最小化で有用にするために、価格を下げなければならない在庫穀物の量を示す。例えば、穀物２の双対価格は＄11.62（D20）です。これは、HOGCHANC モデルの最適解に現れるのに、穀物２の価格をどれだけ減らさなければならないかを示す。これは、値引交渉をする場合に知っているとよい価格です。

注：	非線形モデルでは、双対価格が有効な範囲はとても小さいため、双対価格や減少費用を基に価格を決定したり、購入を決断するまえに変数の範囲を指定し、〔Adjustable|Remove Adjustable〕を用いてテストを行うことを勧めます。

7.3　箱の設計

ファイル名：BOX モデルタイプ：NLP

①　問題

　ある電機会社で、種々の部門の要求にあうキャビネットを、最小費用で設計することを考えている。

②　背景

　技術部門は、機器の熱を分散させるために、少なくても1,512立方インチの体積をもち、888平方インチの表面があることを必要としている。

　販売部門は、キャビネットの床面積が252平方インチ以下だと一番売れ行きが良いと考えている。

　最後に、デザイナーは美的感覚から、縦横比0.618±0/1を望んでいる。すなわち、0.518から0.718の間です。

　キャビネットの製造に用いる金属板は$0.05/平方インチであり、前と後ろのパネルにかかる労務費は、＄0/10／平方インチに増加する。

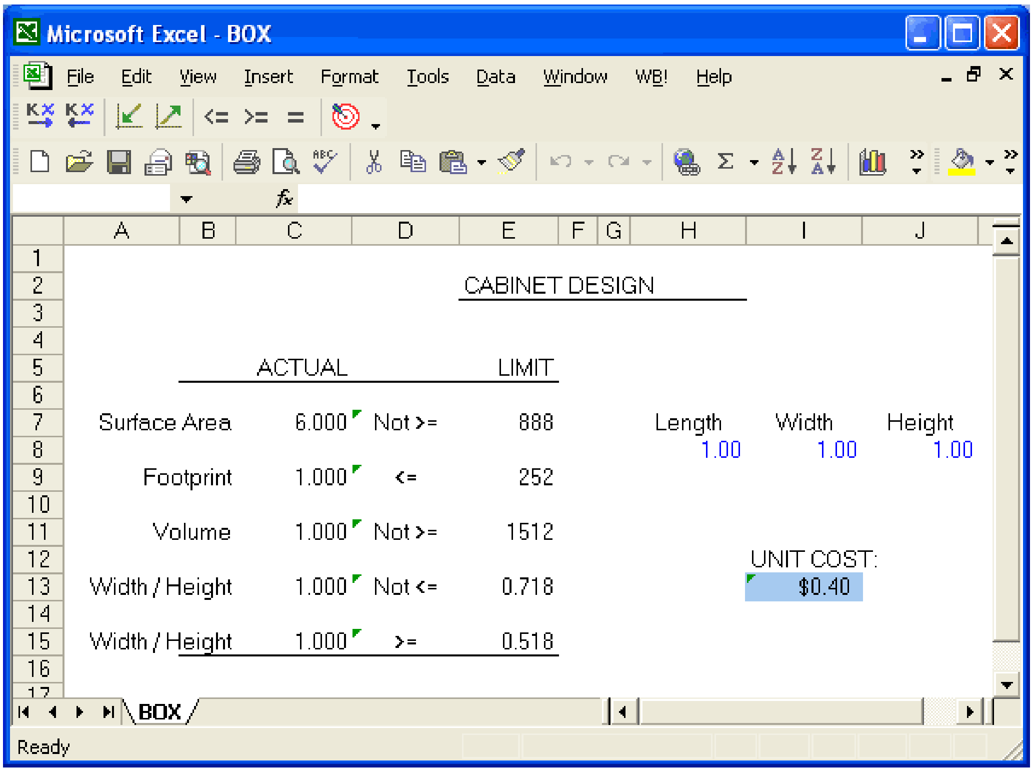
③　目的関数セル

　指定の箱の作製にかかる費用を最小化することが目的関数です。

④ワークシート

　どのようにして要求をスプレッドシートに表すかを見てみよう。

最適化前のワークシート



A. 修正可能セルの決定

修正可能セルはH8:J8で、奥ゆき（W）、幅（L）、高さ（H）が入っている。

B. ベストセルの定義

最適な解は、全ての制約を満足するキャビネットの最小費用です。目的関数セルは I13 で、次の式で計算される。2*(0.05*(L*W+L*H) + 0/1*(H*W))

C. 制約式の指定

制約は、D7、D9、D11、D13、D15に含まれる制約式で指定されている。

D7の制約式WB（C7,” >=” , E7）により、C7で計算される表面積が最低888平方インチと同じになるように設定する。

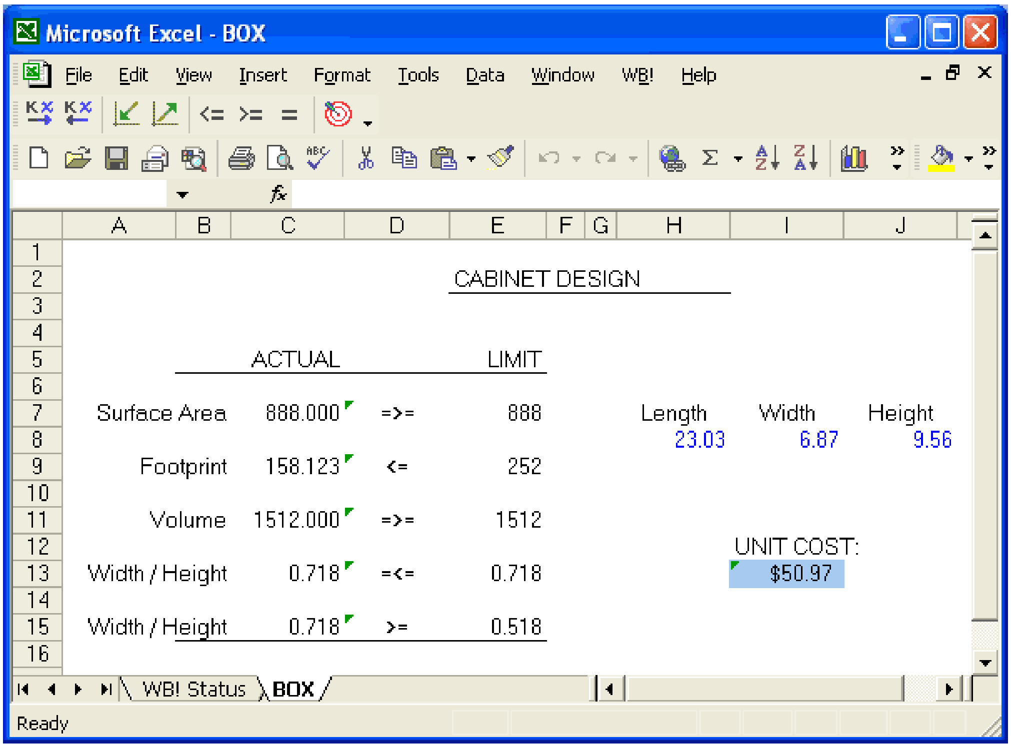
D9 に入っている WB(C9,” <= “, E9)により、C9 に入っている床面積(W*L)は、上限の 252 平方インチよりも小さくなるよう設定されている。

D11 に入っている WB(C11,” >=” , E11)により、C11 に入っている体積（L*W*H）は、機器をキャビネットに収めるために、少なくても下限の 1,512 立方インチと同じになるよう制限されている。

最後に、D13 と D15 に入っている WB(C13,” <=” , E13)と WB(C15,” >=” , E15)により、高さ（H）と奥行き（W）の比率（W/H）が 0.718 から 0.518 の間になるよう設定されている。

これを解いて、最適なデザインをみつけてみよう。

最適化後のワークシート



23.03×6.86×9.56 インチの箱が全ての条件を満たし、最も費用が少ない（＄50.97／個）ことが分かる。

7.4　フローネットワークモデル

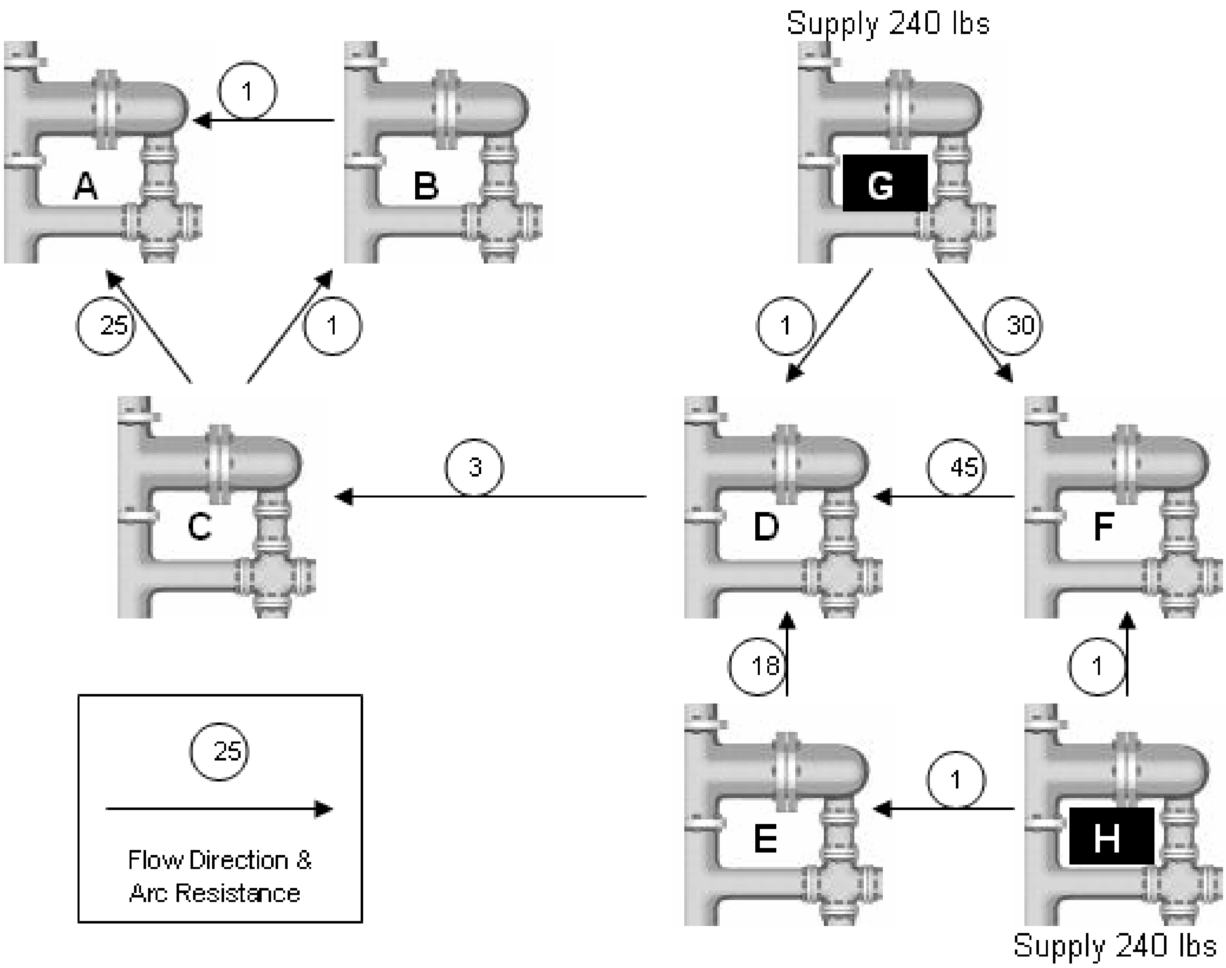
ファイル名：FLOWNET　　　モデルタイプ：NLP

① 問題

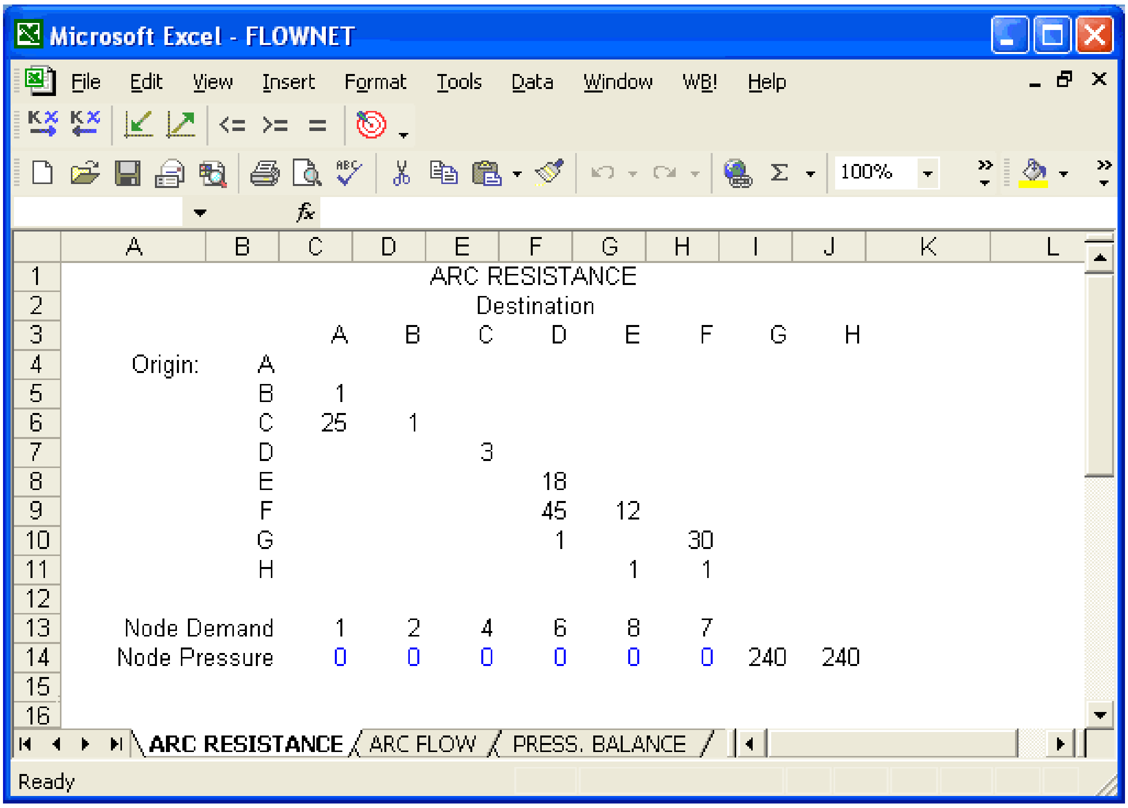
パイプライン網の各ノードの需要を満たしつつ、各アークに沿った流量のバランスを決定する。

③　背景

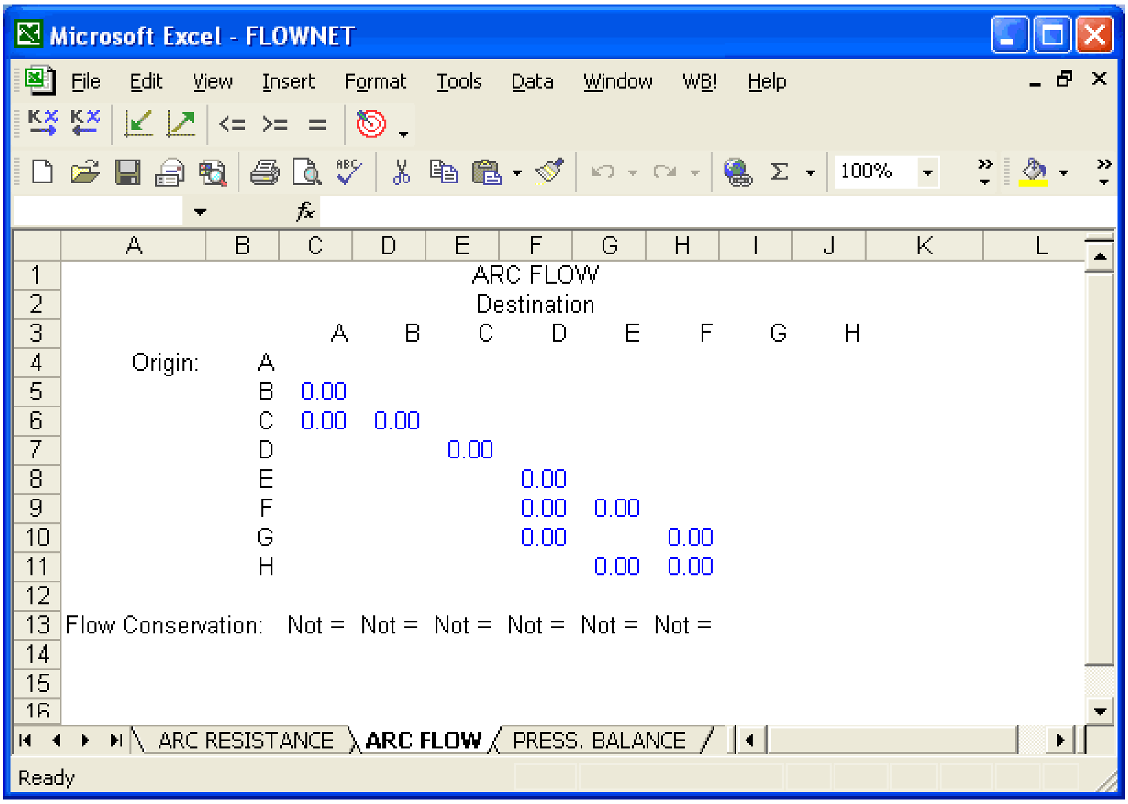
FLOWNETモデルには、合計6つのノードに繋がる2つの供給ノードがある。供給ノードGとHの圧力は、240ポンド/平方インチ（PSI）で固定されている。ArC ResistanceワークシートのC13:H13には、6つのノードそれぞれの需要既知量が入力する。次の図を見て、各ノードでの圧力と各アークに沿った流量を計算してください。



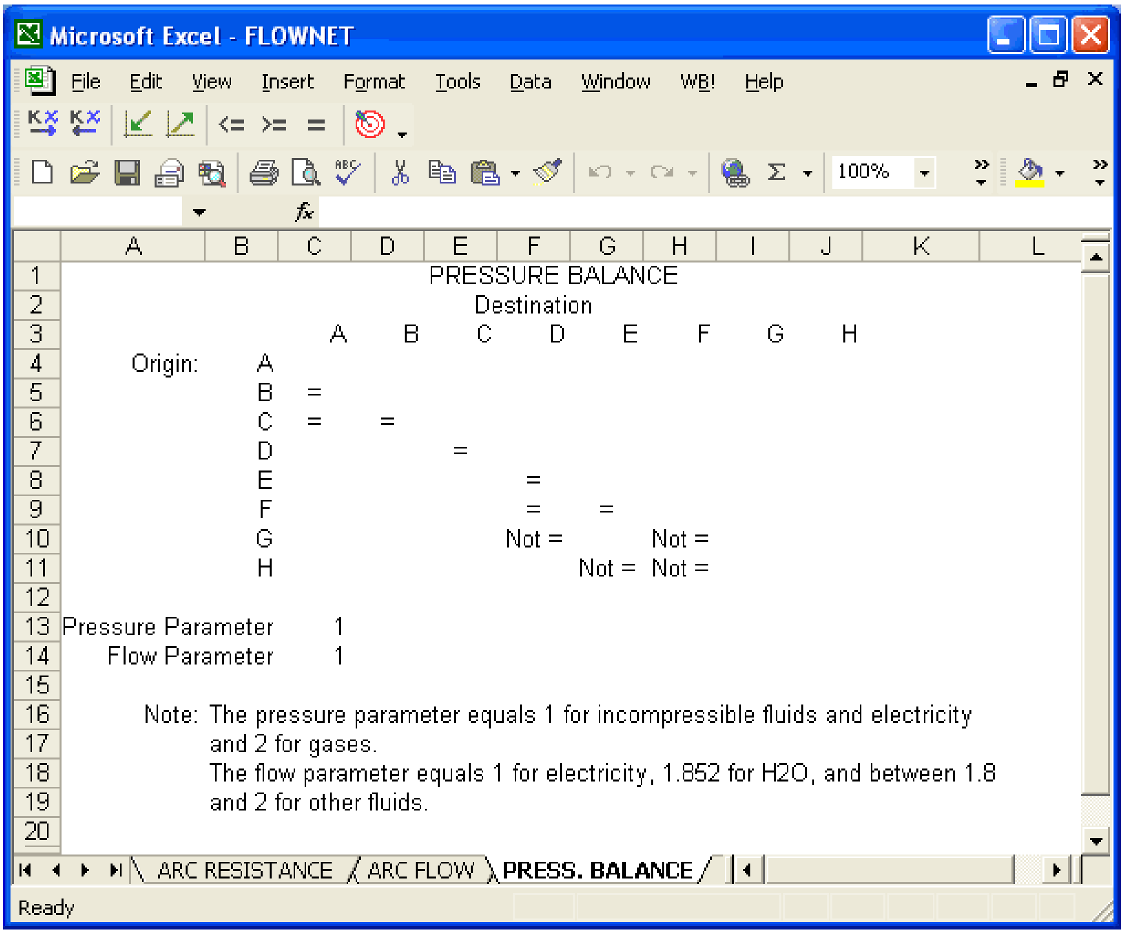
④　ワークシート



		A	B	C	D	E	F	G	H
		ARC RESISTANCE							
		Destination							
Origin:	A								
	B	1							
	C	25	1						
	D			3					
	E				18				
	F				45	12			
	G				1		30		
	H					1	1		
Node Demand		1	2	4	6	8	7		
Node Pressure		0	0	0	0	0	0	240	240



		A	B	C	D	E	F	G	H
		ARC FLOW							
		Destination							
Origin:	A								
	B	0.00							
	C	0.00	0.00						
	D			0.00					
	E				0.00				
	F				0.00	0.00			
	G				0.00		0.00		
	H					0.00	0.00		
Flow Conservation:		Not =	Not =	Not =	Not =	Not =	Not =		



解析前のFLOWNETモデル

A. 修正可能セルの決定

修正可能セルは、各ノード(C5:H12)の圧力と、アークに沿った流量（C25:J32）です。問題の定式化を楽にするために、流れのないアークのセルに 0（修正不可能）を挿入した。こうすることで、モデルの数値セルが増える。(場合によっては、モデル内の数値セルの数を最小にした方がよい場合もある。)

B. ベストセルの定義

この例には、ベストセルがない。なぜなら、目的関数はアークに沿った流れのバランスを取り、各ノードでの需要を満足しさえすれば良いからです。

C. 制約式の指定

この問題の制約式は、2 重の意味を持ちます。

1）　流量の維持

アークに入ってくる量は、出ていく量（C13:H13）と等しい。例として、C13 の式をみてみよう。

WB(SUM(C4:C11),” = “,’ ARC RESISTANCE’ !C13+SUM(C4:H4))

2）　圧力の維持

各アーク上の抵抗による圧力低下分を考慮する。Pressure Balance ワークシートの C5:H11 を見てみよう。例えば、C5 の式では、アーク B からアーク A に加わる圧力と失われる圧力が同じである。

WB(‘ARC RESISTANCE’!D14^$C$13－‘ARC RESISTANCE’!C14^$C$13, “=”, ‘ARC RESISTANCE’!C5*‘ARC FLOW’!C5^$C$14)

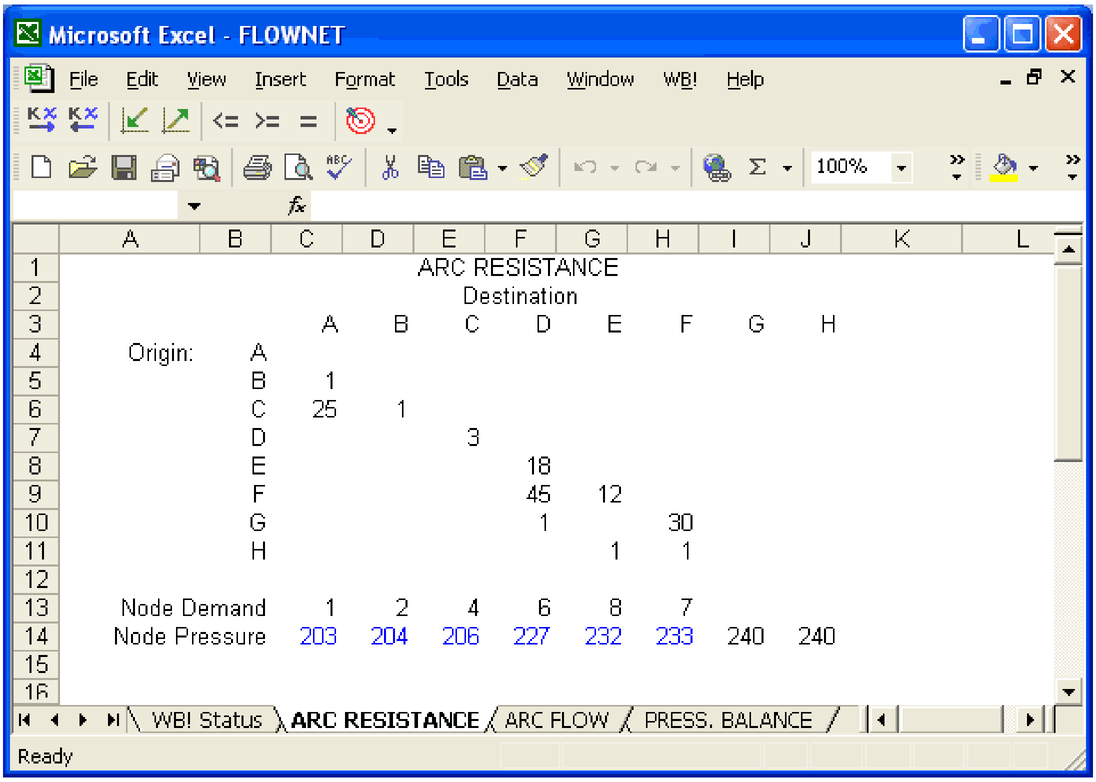
べき乗を無視する（この場合は 1）と、式は次の通りになる。

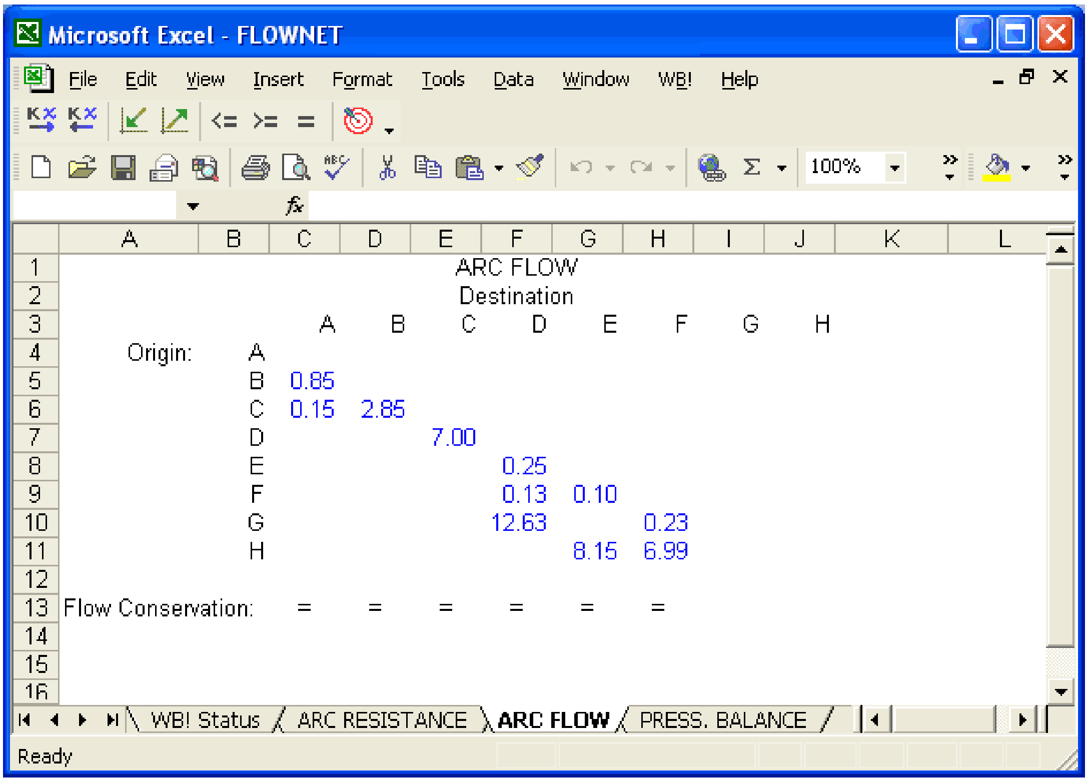
WB(‘ARC RESISTANCE’!D14-‘ARC RESISTANCE’!C14, “=”,’ARC ESISTANCE’!C5*’ARC FLOW’!C5)

このようにして、アーク B と A の両端の圧力差（B の圧力－A の圧力）は、（アーク B→A に沿った抵抗）*（アーク B→A に沿った流量）である必要がある。

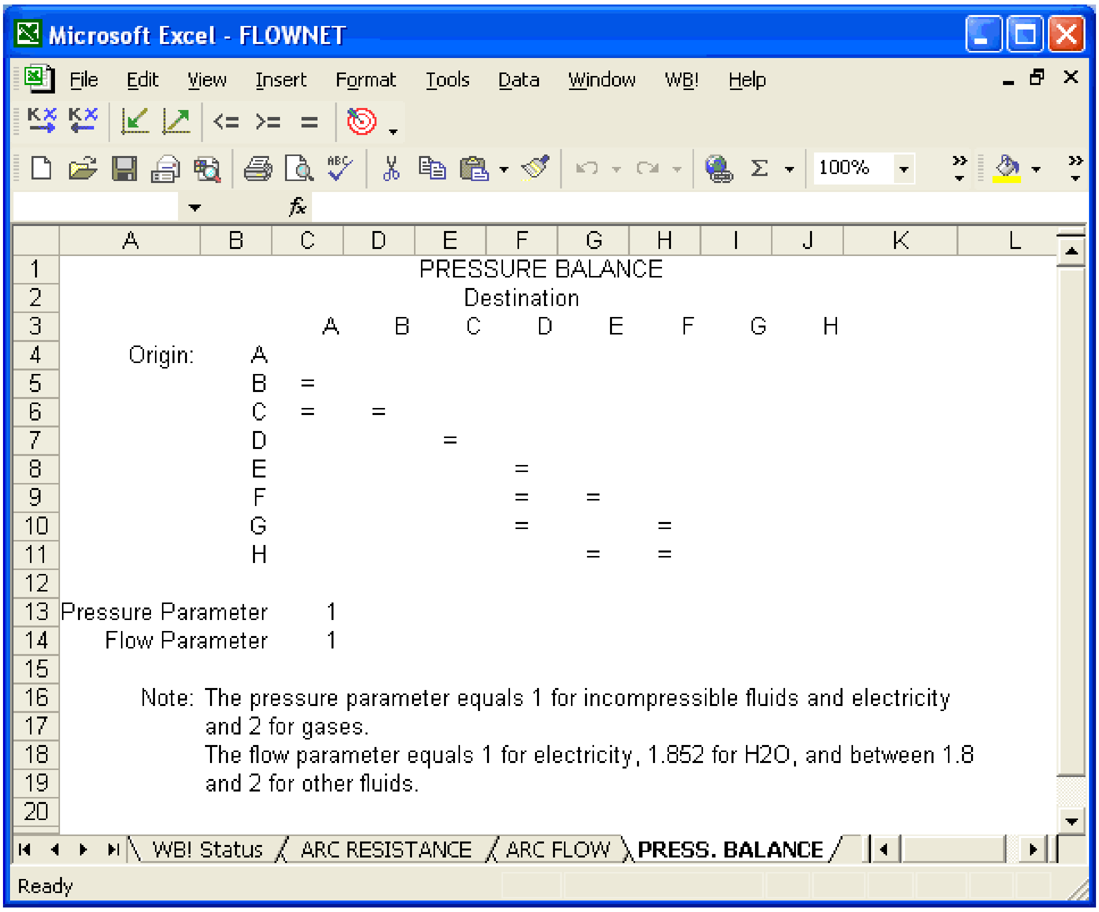
注: 圧力パラメータは、非圧縮性流体と電気に対しては 1、気体に対しては 2 です。流量パラメータは電気に対しては 1、水（H_20）に対しては 1.852 で、他の流体に対しては 2 です。

さてモデルを解いて流量バランスを決定してみよう。解析後に、非線形であることを示すワーニングとベストセルがないということを示すワーニングを表示するために、WB!Statusワークシートが追加される。このワーニングは、〔General Options〕ダイアログ・ボックスでオフにすることができる。3つのモデルのワークシートは流量を次のように示す。





最適化後のフローネットワークモデル



7.5　債権ポートフォリオの最適化

ファイル名：BONDS　モデルタイプ：LP

概要

この多期間モデルは、動的モデリングの例である。“動的”とは、この期間に決められた事項は、この期間中の収益率（または費用率）だけでなく、将来的な決定や収益率にも影響を及ぼす。このような理由から、多期間問題は単に1期間の集合では扱えない。

多くの多期間問題では、流動性のある現金のような資産は他の「商品」のように扱われるため、現金を手元に持っているということは、在庫の保持と同じように考えられる。下記に金融機関の例を通して多期間モデルの主な機能について説明する。

①　問題

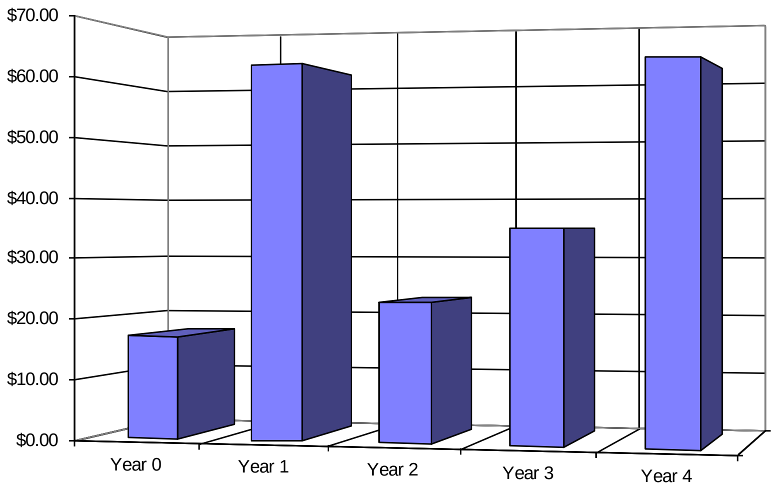
ある顧客が5年間の約定手数料を補うために十分な現金を必要としている。あなたは、顧客がこの義務を果たすためには、国債などの低リスク証券に投資するべきだと結論づけました。現金流動の条件を満たし、費用が最小限の証券を勧めなければなりません。（これは、借金返済にも当てはめることができる。）

⑤　背景

顧客の特定な現金流動は次のようになっている。

年	0	1	2	3	4
キャッシュ・フロー需要（百万＄）	$17.00	$62.00	$23.00	$35.00	$62.00

グラフだと、データはこのようになる。



低リスクで一定の支払いを受けられる国債を勧めます。毎年、証券が満期に至るまで、顧客に利率分が支払われ、満期で元金も戻ってきます。一般的に、既定の日には幅広い分野の投資が可能です。簡素化のために、米長期国債の9つの相場を考えます。

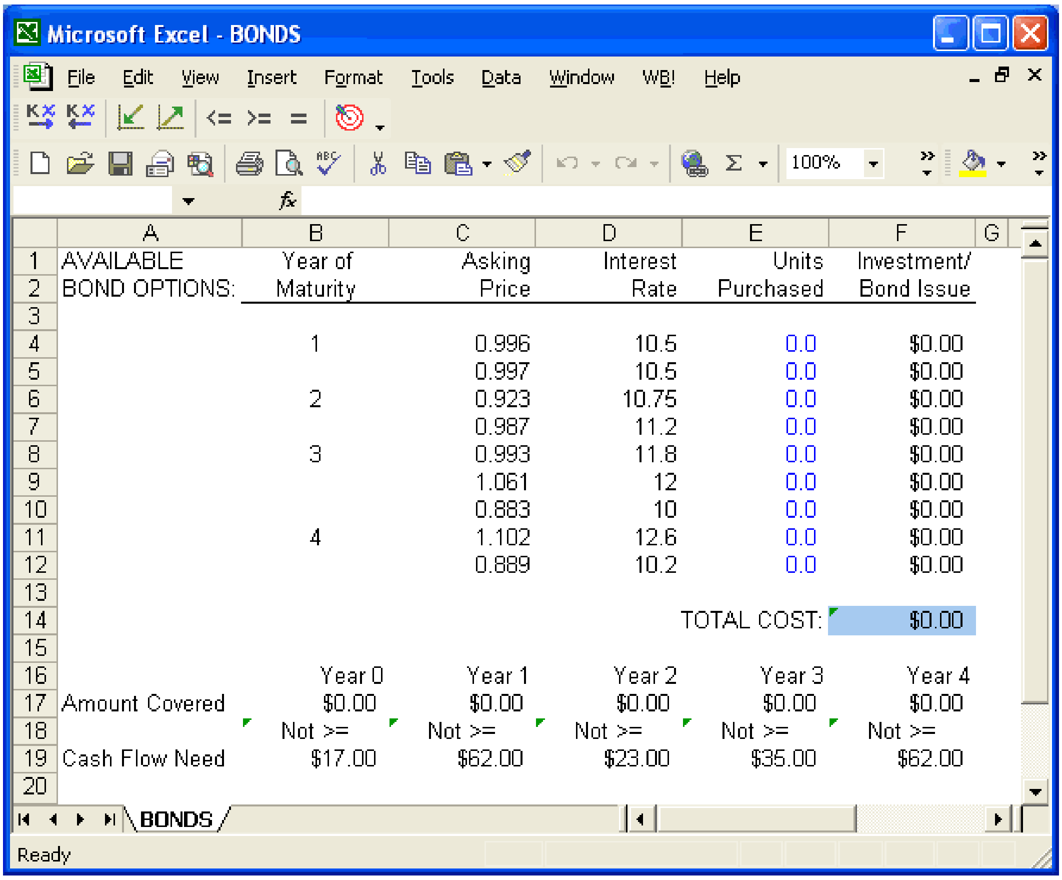
満期年	提示価格（率/1000）	利息（%）
1	0.996	10.5
2	0.997	10.5
3	0.923	10.75
4	0.987	11.2
5	0.993	11.8
6	1.061	12
7	0.883	10
8	1.102	12.6
9	0.889	10.2

③　目的関数セル

顧客の5年間の現金流動性の条件を満たしながら、初期投資額を最小化する。それは、必要な現金流入を5年間維持しながら、入手できる全ての証券に配分する最低額をみつけることです。

⑥　ワークシート

BONDSワークシートをみてどのようにデザインされているかを見てみよう。



最適化前のBONDSワークシート（Part1）

A. 修正可能セルの決定

見積もられた各証券の購入数（E4:E12）が修正可能セルとなる。

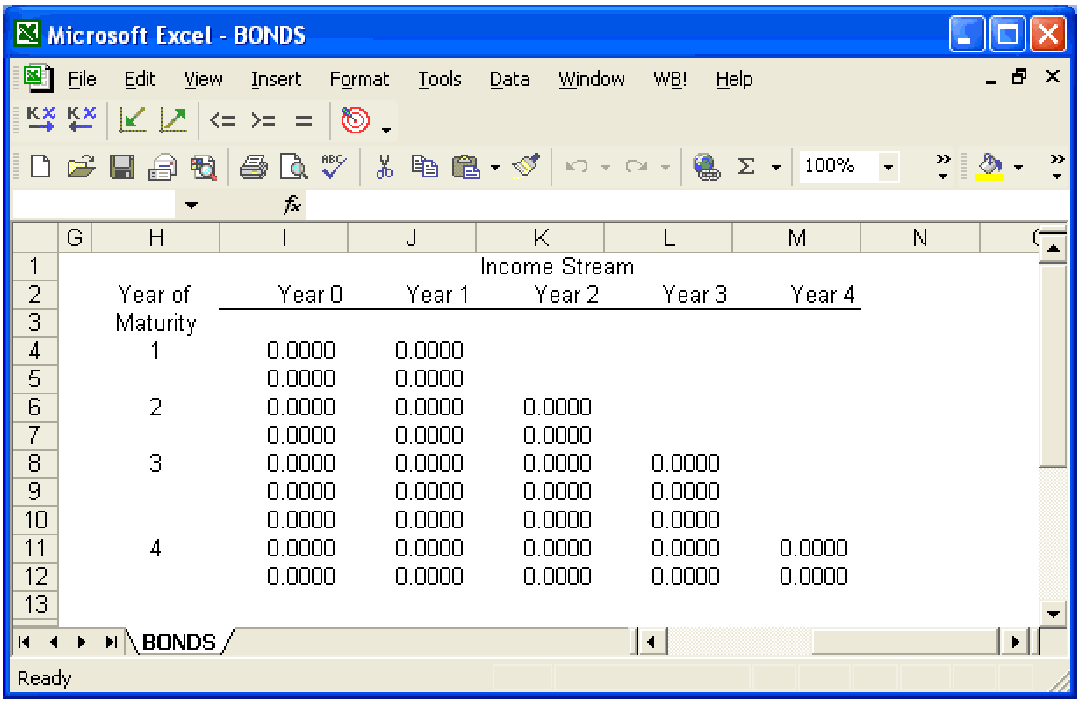
B. ベストセルの定義

最適な解は、F14で初期投資額が最小になる特定な証券を組み合わせ購入することです。Total Cost を見てみると、発行された各証券に投資された額の和（SUM(F4:F12)）が表示されている。

C. 制約式の指定

この問題の制約（B18:F18）は、期間（B19:F19）ごとに必要な総現金流入額（B17:F17）が現金流出額よりも多くなるようにしてください。

Amount Covered（B17:F17）は、毎年支払われる証券の利息配分と元金の返済額の総額が含まれている。この所得の流れの詳細は、I4:M12にあり、下記のように表示されている。



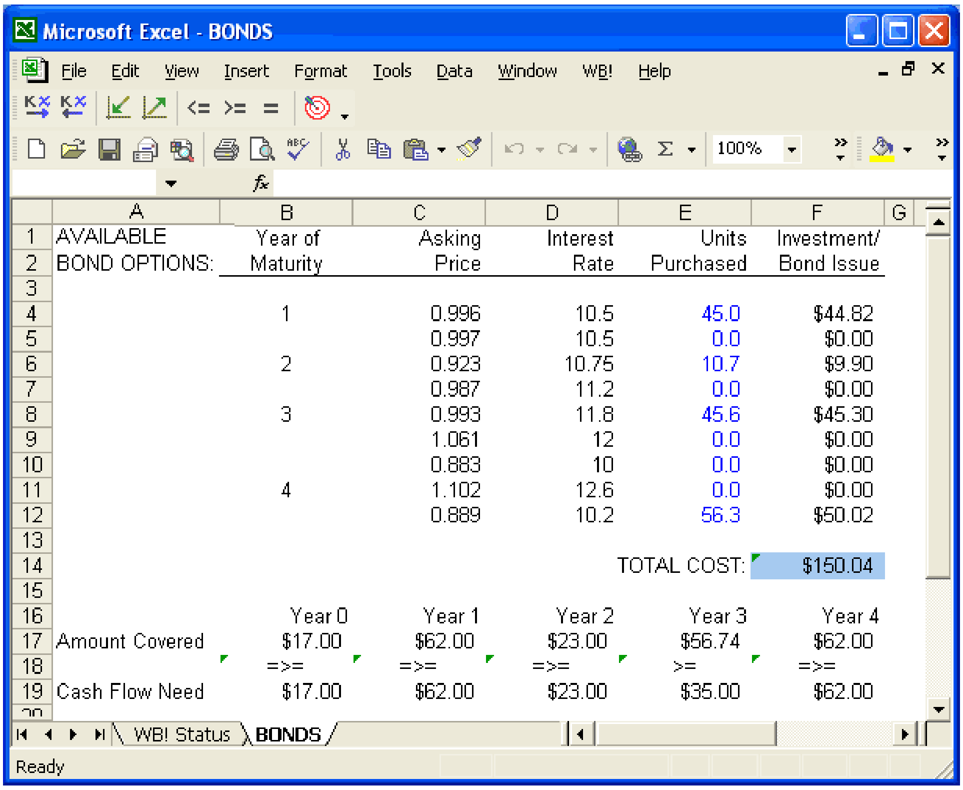
	G	H	I	J	K	L	M	N
1					Income Stream			
2		Year of	Year 0	Year 1	Year 2	Year 3	Year 4	
3		Maturity						
4		1	0.0000	0.0000				
5			0.0000	0.0000				
6		2	0.0000	0.0000	0.0000			
7			0.0000	0.0000	0.0000			
8		3	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000		
9			0.0000	0.0000	0.0000	0.0000		
10			0.0000	0.0000	0.0000	0.0000		
11		4	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	
12			0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	
13								

最適化前の BONDS ワークシート（Part2）

例えば、0 年度の始めに 3 年間利率 10%の米長期国債（C10:F10 の証券リストを参照）を 10 単位購入したとする。「10.0」を、E10 に入力する。単位は、元金＄1,000 を表わす。

よって利息配分は、I10（E10*D10/100）の計算結果＄1.00 または 10 単位*金利 0/10 となる。翌年、そして翌々年もこの利息配分＄1.00（J10 と K10）を受け取ります。この証券が満期になると再度利息分が支払われ、10 単位分の元金が払い戻される。これは、L10 で（E10*(1+D10/100)）の計算式で計算され、合計$11 という結果がでた。

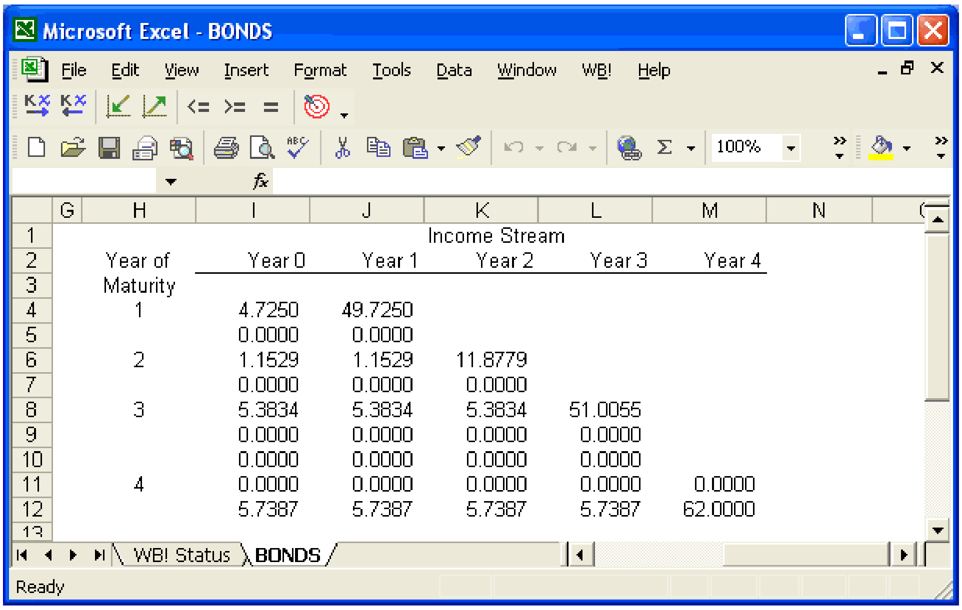
さあ、この問題を解いて最適解を探してみよう。



	A	B	C	D	E	F
1	AVAILABLE	Year of	Asking	Interest	Units	Investment/
2	BOND OPTIONS:	Maturity	Price	Rate	Purchased	Bond Issue
3						
4		1	0.996	10.5	45.0	$44.82
5			0.997	10.5	0.0	$0.00
6		2	0.923	10.75	10.7	$9.90
7			0.987	11.2	0.0	$0.00
8		3	0.993	11.8	45.6	$45.30
9			1.061	12	0.0	$0.00
10			0.883	10	0.0	$0.00
11		4	1.102	12.6	0.0	$0.00
12			0.889	10.2	56.3	$50.02
13						
14					TOTAL COST:	$150.04
15						
16		Year 0	Year 1	Year 2	Year 3	Year 4
17	Amount Covered	$17.00	$62.00	$23.00	$56.74	$62.00
18		=>=	=>=	=>=	>=	=>=
19	Cash Flow Need	$17.00	$62.00	$23.00	$35.00	$62.00

最適化後の BONDS ワークシート（Part1）

現金剰余は 3 年度の$21.74 万のみで、合計費用が$150.04 万になるという結果がでた。各証券の収入の流れが次の表に表わされている。



	H	I	J	K	L	M
1				Income Stream		
2	Year of	Year 0	Year 1	Year 2	Year 3	Year 4
3	Maturity					
4	1	4.7250	49.7250			
5		0.0000	0.0000			
6	2	1.1529	1.1529	11.8779		
7		0.0000	0.0000	0.0000		
8	3	5.3834	5.3834	5.3834	51.0055	
9		0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	
10		0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	
11	4	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000
12		5.7387	5.7387	5.7387	5.7387	62.0000

最適化後の BONDS ワークシート（Part2）

7.6　回収箱の配置

ファイル名：LOCKBOX　　　モデルタイプ：LP

①　　問題

あなたは、ある会社の経理課長として本店から遠く離れた顧客から現金の回収をする作業を最適化するために、最低費用で入金でき（遅延による費用の最小化）、また場所に関連する営業経費が最低限になるよう回収箱をどこに設置するかを決めたい。また、各顧客は、1つの場所に割り当てられます。

②　　背景

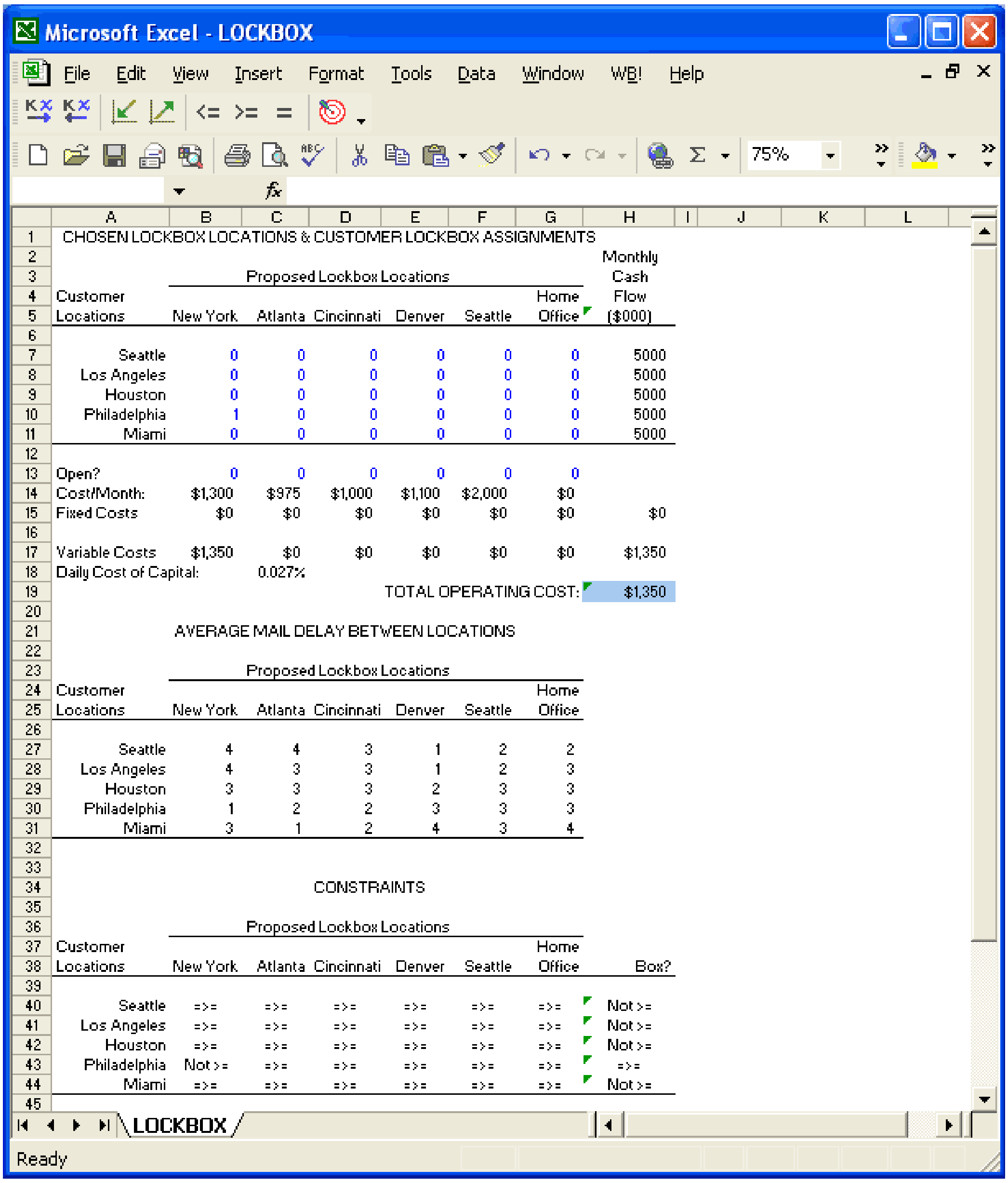
顧客は、シアトル、ロス、ヒューストン、フィラデルフィア、マイアミにあり、遅れが最低限になるよう、回収箱の場所をニューヨーク、アトランタ、シンシナティ、デンバーかセントルイスに割り当てたい。また、費用的に本社にすべて割り当てる方がよい場合もある。

③　　目的関数セル

各顧客の遅延による費用と営業経費が最低になるよう、回収箱に割り当てられなければなりません。

④　　ワークシート

LOCKBOXサンプルを開いてどのようになっているかみてみよう。



CHOSEN LOCKBOX LOCATIONS & CUSTOMER LOCKBOX ASSIGNMENTS

Customer Locations	Proposed Lockbox Locations: New York	Atlanta	Cincinnati	Denver	Seattle	Home Office	Monthly Cash Flow ($000)
Seattle	0	0	0	0	0	0	5000
Los Angeles	0	0	0	0	0	0	5000
Houston	0	0	0	0	0	0	5000
Philadelphia	1	0	0	0	0	0	5000
Miami	0	0	0	0	0	0	5000
Open?	0	0	0	0	0	0	
Cost/Month:	$1,300	$975	$1,000	$1,100	$2,000	$0	
Fixed Costs	$0	$0	$0	$0	$0	$0	$0
Variable Costs	$1,350	$0	$0	$0	$0	$0	$1,350
Daily Cost of Capital:		0.027%					
				TOTAL OPERATING COST:			$1,350

AVERAGE MAIL DELAY BETWEEN LOCATIONS

Customer Locations	Proposed Lockbox Locations: New York	Atlanta	Cincinnati	Denver	Seattle	Home Office
Seattle	4	4	3	1	2	2
Los Angeles	4	3	3	1	2	3
Houston	3	3	3	2	3	3
Philadelphia	1	2	2	3	3	3
Miami	3	1	2	4	3	4

CONSTRAINTS

Customer Locations	Proposed Lockbox Locations: New York	Atlanta	Cincinnati	Denver	Seattle	Home Office	Box?
Seattle	=>=	=>=	=>=	=>=	=>=	=>=	Not >=
Los Angeles	=>=	=>=	=>=	=>=	=>=	=>=	Not >=
Houston	=>=	=>=	=>=	=>=	=>=	=>=	Not >=
Philadelphia	Not >=	=>=	=>=	=>=	=>=	=>=	=>=
Miami	=>=	=>=	=>=	=>=	=>=	=>=	Not >=

C18には資本の日常費用が入力されている。この例では、費用は360日/年で年利10%、1日0.027%という仮定で計算されている。このような背景は、遅れによって増える費用を計算するのに必要です。

H7:H11には、各顧客からの月々の資金の流れが表示されている。B27:F31には顧客の所在地からの平均遅延度が記されている。そして、B14:G14には、各配置場所で月々決まっている固定経費が入力される。本社には固定費用（G14）はかかりません。

A. 修正可能セルの決定

修正可能セルには、ある顧客を予定している回収箱（B7:G11）に割り当てるかどうかを示す。また、所定場所の回収箱（B13:G13）をオープンするかどうかを示す。これらのセルには、顧客が回収箱に割り当てるかどうかで「1」か「0」が表示される。

B. ベストセルの定義

ベストセルは、全ての営業経費と遅延費用の和（H19）です。費用の概要は、固定と変動費の小計（A15:H19）に分けられている。式は、B17にあるニューヨークの回収箱の変動費です。

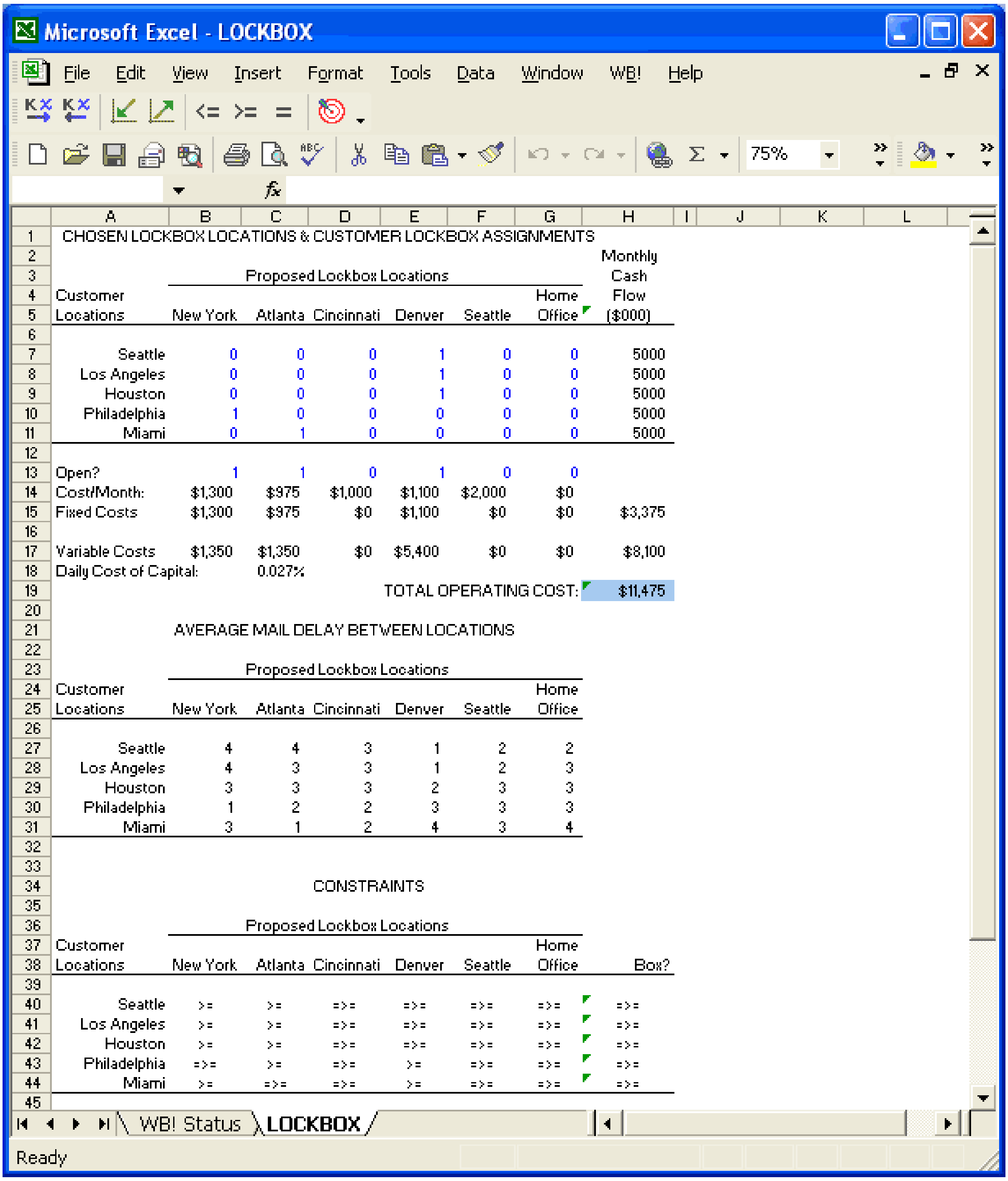
(B7*B27*$H$7+B8*B28*$H$8+B9*B29*$H$9+B10*B30*$H$10+B11*B31*$H$11)*1000*$C$18

よって、ニューヨークの回収箱は、各顧客からの平均的な遅延（B217:B31）は、回収箱が割り当てられたかどうかが示されているセル（B7:B11, 0または1）で乗算され、そして顧客（H7：H11）からのキャッシュ・フローの量で乗算される。月ごとの資本のキャッシュ・フローは3桁に省略されているため、これらの製品の合計を1,000倍にする。固定費用は、単純に各回収箱の月々の費用（ニューヨークの場合はB14）をそこがオープンしているかどうかを示すセルとかけます。

各場所の費用が足され、小計（H15とH17）となる。小計の和は経費の合計としてH19に表示される。

C.制約式の指定

2種類の制約がある。まず、回収箱が設置されていない場所に顧客が割り当てられることを防ぎます（B40:G44）。例えば、カーソルを動かして、B40（WB(B$13, “>=”, B7)）を見てみると、B13（ニューヨークの回収箱が、オープンしているかどうかによって0か1）がB7（シアトルの顧客がニューヨークの回収箱に割り当てられているかどうかで0か1）以上になるようになっている。B7の値は、B13よりも大きくなってはいけません。もし、シアトルの顧客がニューヨークの回収箱に割り当てられている場合、そこがオープンしていなければB40の制約は満たされない。H40:H44の制約は、各顧客が回収箱に割り当てられていることを確実にするために、顧客に対する回収箱の割り当ての和が最低1であることを必須としている。問題を解いてみよう。



	A	B	C	D	E	F	G	H
1	CHOSEN LOCKBOX LOCATIONS & CUSTOMER LOCKBOX ASSIGNMENTS							
2								Monthly
3		Proposed Lockbox Locations						Cash
4	Customer						Home	Flow
5	Locations	New York	Atlanta	Cincinnati	Denver	Seattle	Office	($000)
6								
7	Seattle	0	0	0	1	0	0	5000
8	Los Angeles	0	0	0	1	0	0	5000
9	Houston	0	0	0	1	0	0	5000
10	Philadelphia	1	0	0	0	0	0	5000
11	Miami	0	1	0	0	0	0	5000
12								
13	Open?	1	1	0	1	0	0	
14	Cost/Month:	$1,300	$975	$1,000	$1,100	$2,000	$0	
15	Fixed Costs	$1,300	$975	$0	$1,100	$0	$0	$3,375
16								
17	Variable Costs	$1,350	$1,350	$0	$5,400	$0	$0	$8,100
18	Daily Cost of Capital:		0.027%					
19					TOTAL OPERATING COST:			$11,475
20								
21		AVERAGE MAIL DELAY BETWEEN LOCATIONS						
22								
23		Proposed Lockbox Locations						
24	Customer						Home	
25	Locations	New York	Atlanta	Cincinnati	Denver	Seattle	Office	
26								
27	Seattle	4	4	3	1	2	2	
28	Los Angeles	4	3	3	1	2	3	
29	Houston	3	3	3	2	3	3	
30	Philadelphia	1	2	2	3	3	3	
31	Miami	3	1	2	4	3	4	
32								
33								
34				CONSTRAINTS				
35								
36		Proposed Lockbox Locations						
37	Customer						Home	
38	Locations	New York	Atlanta	Cincinnati	Denver	Seattle	Office	Box?
39								
40	Seattle	>=	>=	=>=	=>=	=>=	=>=	=>=
41	Los Angeles	>=	>=	=>=	=>=	=>=	=>=	=>=
42	Houston	>=	>=	=>=	=>=	=>=	=>=	=>=
43	Philadelphia	=>=	>=	=>=	>=	=>=	=>=	=>=
44	Miami	>=	=>=	=>=	>=	=>=	=>=	=>=
45								

最適化後のLOCKBOXワークシート

最適化後、H19の最小費用は$11,475でした。最適解は、ニューヨーク、アトランタ、デンバーで回収箱を開くことを推奨している。

注: これは、修正可能セルが整数設定されていなくても自然に整数解を返すモデルの例である。0/1整数を修正可能セルに入れると計算時間が増加するため、できるだけ自然な整数モデルを使ってください。ここでは、この説明の詳細を省きます。

7.7 Markowitz のポートフォリオ問題

ファイル名：MARKOWIT　　モデルタイプ：NLP

概要

1952年3月発行のJournal of Financeに、Harry M. Markowitz氏が「Portfolio Selection」という記事を載せました。それは価格が、同じような変動をしないアセットを選ぶことで、ポートフォリオから得る利益の標準偏差が減少することを実証したという内容でした。また、同氏は同時に、リスクと利益のトレードオフを成立させる幾つかの基本的な法則も発表しました。これは、40年たった今でも使われている。

①　問題

3つのアセットの過去のデータを調査してみると、各アセットから得られる利益は時間が経つごとにばらつくことが分かりました。ばらつき又はリスクを減らすために、3つの株に分けて投資する。

②　背景

過去のデータから期待収益、収益率のばらつき度と、別のアセットとの利益の共分散を計算した。ばらつきは、利益の変動で計る（ばらつきが大きいほどリスクが大きい）。共分散は、ある株の利益のばらつきと、別の株の利益のばらつきとの相互関係で計る。共分散の値が高い場合、一方の価値が上がると、もう一方の株の価値も上がる率が高くなる。逆に低い場合、利益は比較的互いの影響が少なく、独立している。逆相関の場合は、一方の株の価値が上がると、もう一方は下がるという関係がある。

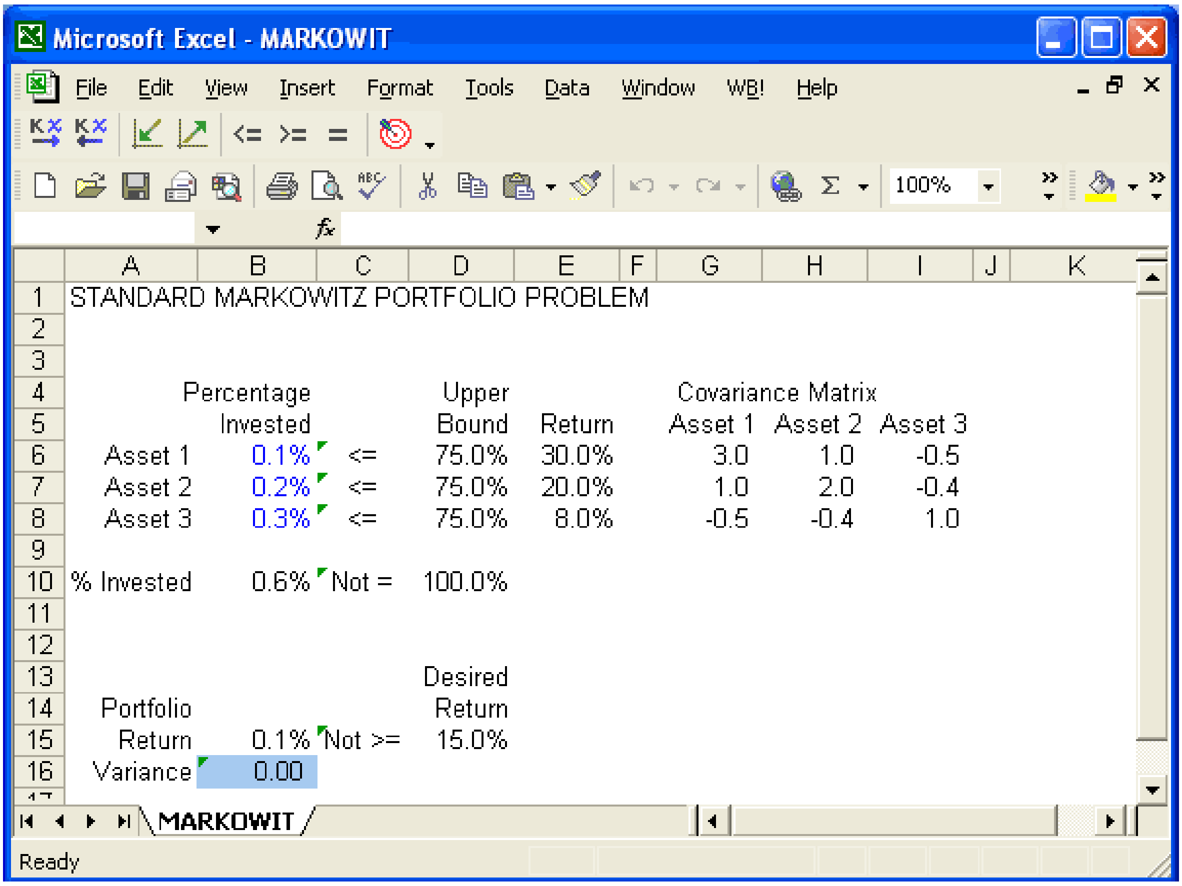
15%の利益を目標に、どの株にどのくらいの資金を投資したらリスクを最小限に抑えつつ、この目標を達成できるかを決定する。安全対策のために、1つの株に75%以上は投資しません。

③　目的関数セル

目的関数は、ポートフォリオ全体のリスクを最小限に抑え、各株に投資する額（資金の%）を決定することです。

④　ワークシート

MARKOWITファイルをみてみよう。



A. 修正可能セルの決定

修正可能セルは、B6:B8で、各株に投資される率（%）を示す。

B. ベストセルの定義

目的関数は、ポートフォリオ全体のリスクを最小に抑えることです。Markowitzモデルでは、ポートフォリオの分散はリスクの計算として使われている。結果が平均から遠い場合、比較的大きなペナルティがあると考えられる。

ポートフォリオの分散は次の式で表わされる。

$$\Sigma_i \Sigma_j \; x_i x_j \sigma_{ij}$$

x_i　**アセット i に投資される率（%）**

σ_{ij}　　i≠j　　**アセット i と j 間の共分散**

　　　i=j　　**アセット i の分散**

これは、B16で下記の式により計算される。

(G6*B6^2+G7*B6*B7+G8*B6*B8)+(H6*B7*B6+H7*B7^2+H8*B7*B8)+(I6*B6*B8+I7*B7*B8+I8*B8^2)

C. 制約式の指定

Markowitzモデルには3つの制約がある。

1)　C6:C8

各株に上限である資金全体の75%（D6:D8）以上投資してはならない。例えば、B6はWB（B6,” <=” ,D6）となる。

2)　C15

WB(B15,” <=” ,D6)

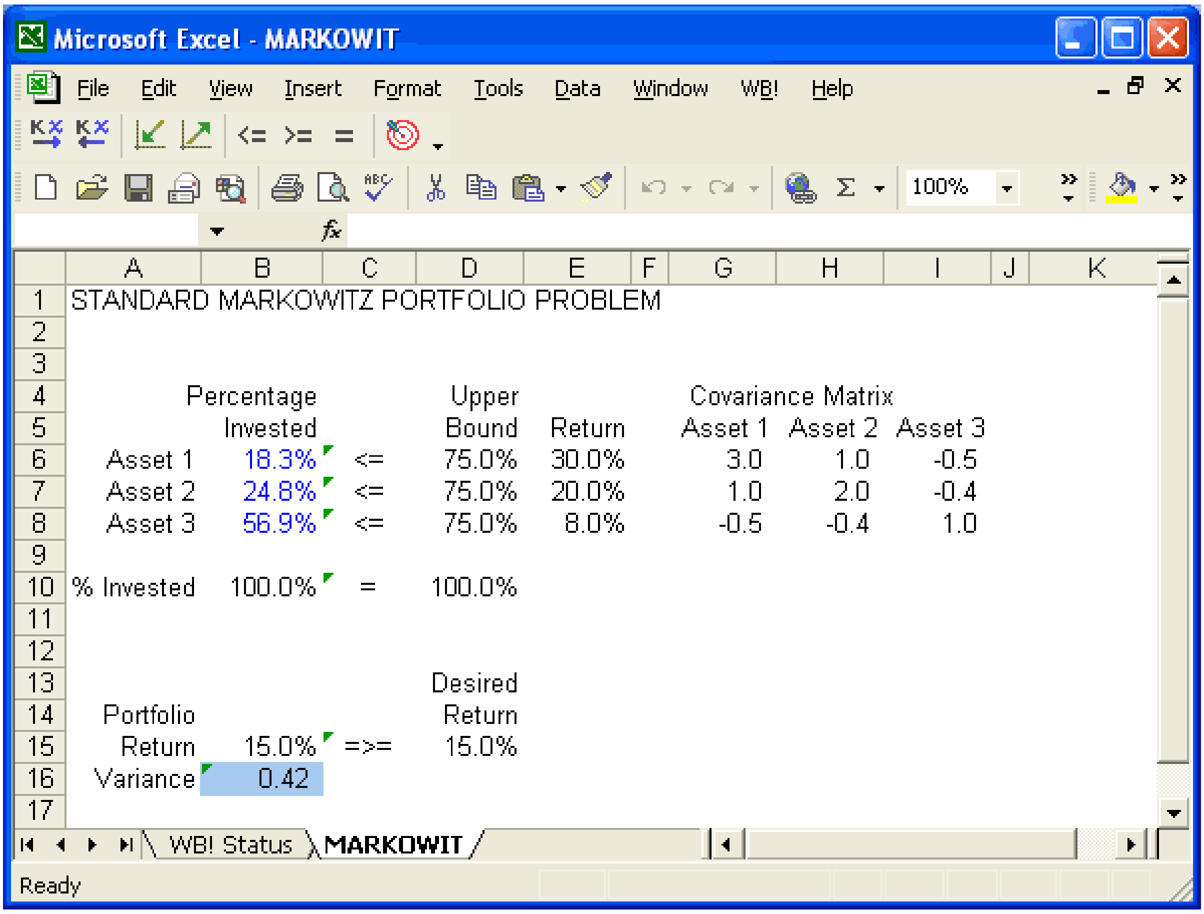
3つの株から得る利益率の合計（B15）が、希望の利益率（D15の15%）以上でなければなりません。

3)　C10

WB(B10,” =” ,D10)

投資した資金率の合計（B10）が100%（D10）にならなければならない。

さあ、モデルを解いてみよう。解析後、WB!Statusワークシートが追加され、「Nonlinearity present」というワーニングが表示される。このワーニングは〔General Options〕ダイアログ・ボックスでオフに設定できる。



解析後のMarkowitzモデル

分散の最小値は、0.42でした。違った希望利益率をD15に入力して再解析し、ポートフォリオの分散をそれぞれ記録してみると面白いでしょう。リスクと利益のトレードオフ（有効フロンティア）のグラフが作成できる。

7.8　ポートフォリオと手数料

ファイル名：PORTCOST　　モデルタイプ：NLP

概要

各アセットの分散や期待収益が変われば、最適なポートフォリオも確実に変わります。変更ごとにポートフォリオを調整すると、委託手数料や取引にかかる費用でポートフォリオの価値が徐々に減ってしまう。売り買いをするごとに費用がかかるため、手数料を考慮したポートフォリオの計算が必要となる。

①　問題

見積りによると、現在の持ち株から12.2%の利益が期待できる。利益率が最低9.5%を維持しながら、ポートフォリオの分散を最小化し、リスクを減らする。

②　背景

1)　アセット1

投資率：50%　　手数料：1.0%

2)　アセット2

投資率：30%　　手数料：1.5%

3)　アセット3

投資率：20%　　手数料：2.0%

期待収益と共分散を見積ります。

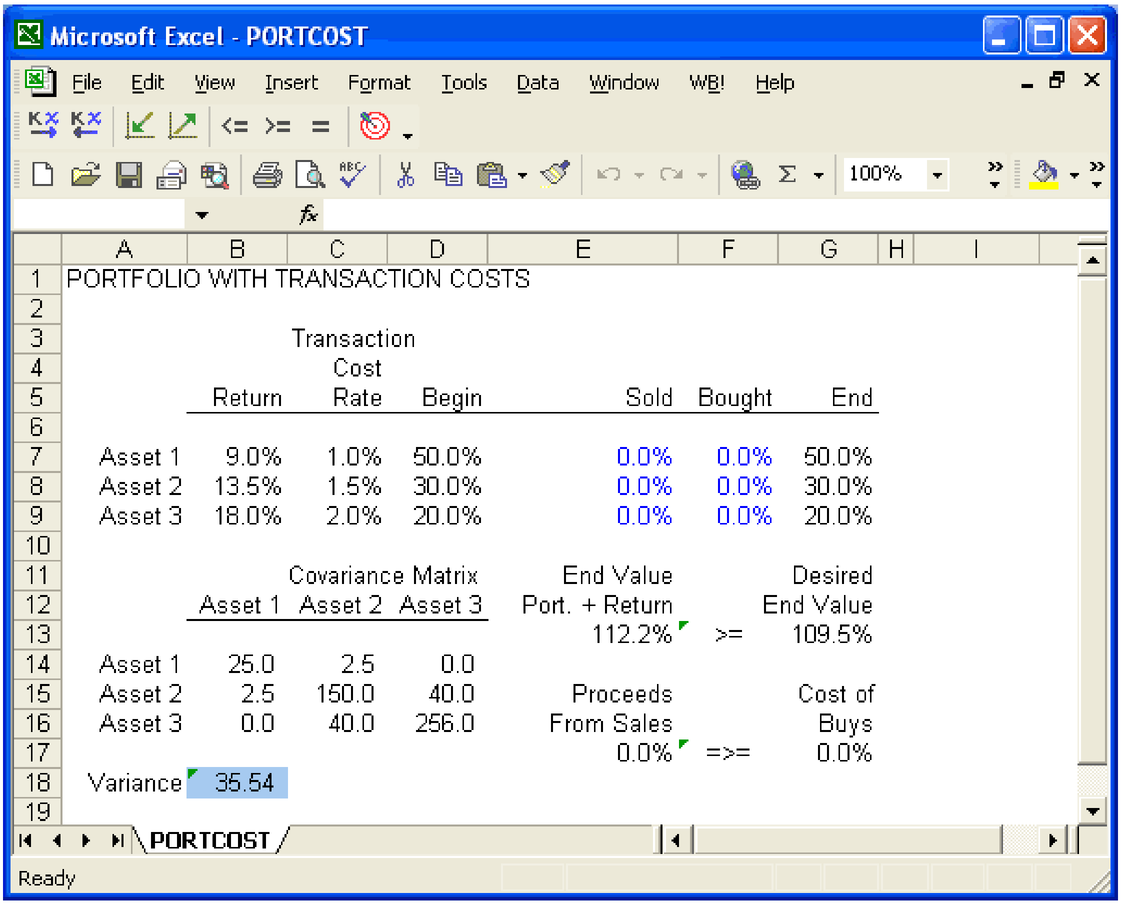
手数料は、前期に、買った額・売った額の数％を支払いる。

③　目的関数セル

目的関数は、ポートフォリオのリスクを最小限に抑え、どの位ずつ（％）投資するかを決定する。

④　ワークシート

PORTCOSTファイルを見てみよう。



	A	B	C	D	E	F	G
1	PORTFOLIO WITH TRANSACTION COSTS						
2							
3			Transaction				
4			Cost				
5		Return	Rate	Begin	Sold	Bought	End
6							
7	Asset 1	9.0%	1.0%	50.0%	0.0%	0.0%	50.0%
8	Asset 2	13.5%	1.5%	30.0%	0.0%	0.0%	30.0%
9	Asset 3	18.0%	2.0%	20.0%	0.0%	0.0%	20.0%
10							
11			Covariance Matrix		End Value		Desired
12		Asset 1	Asset 2	Asset 3	Port. + Return		End Value
13					112.2%	>=	109.5%
14	Asset 1	25.0	2.5	0.0			
15	Asset 2	2.5	150.0	40.0	Proceeds		Cost of
16	Asset 3	0.0	40.0	256.0	From Sales		Buys
17					0.0%	=>=	0.0%
18	Variance	35.54					
19							

A. 修正可能セルの決定

修正可能セルには、どれをどれくらい買うか、または売るかを表わす%（E7:F9）で表示する。

B. ベストセルの定義

ポートフォリオの分散を最小化することが目的関数です。これはB18に入力する下記の式によって実行される。

(G7^2*B14+G7*G8*B15+G7*G9*B16)+(G8*G7*C14+G8^2*C15+G8*G9*C16)+(G9*G7*D14+G9*G8*D15+G9^2*D16)

C. 制約式の指定

E13で、期末でのポートフォリオの価値と収益が計算される。

(1+B7)*G7+(1+B8)*G8+(1+B9)*G9

F13の制約WB(E13,” >=” ,G13)でポートフォリオの最終価値を確定する。+利益（E13）は希望の最終価値（G13）で「元金の109.5%」以上でなければなりません。

他の株を買うための現金は、持ち株を売った額でなければなりません。それは、E17で下記の式によって計算される。

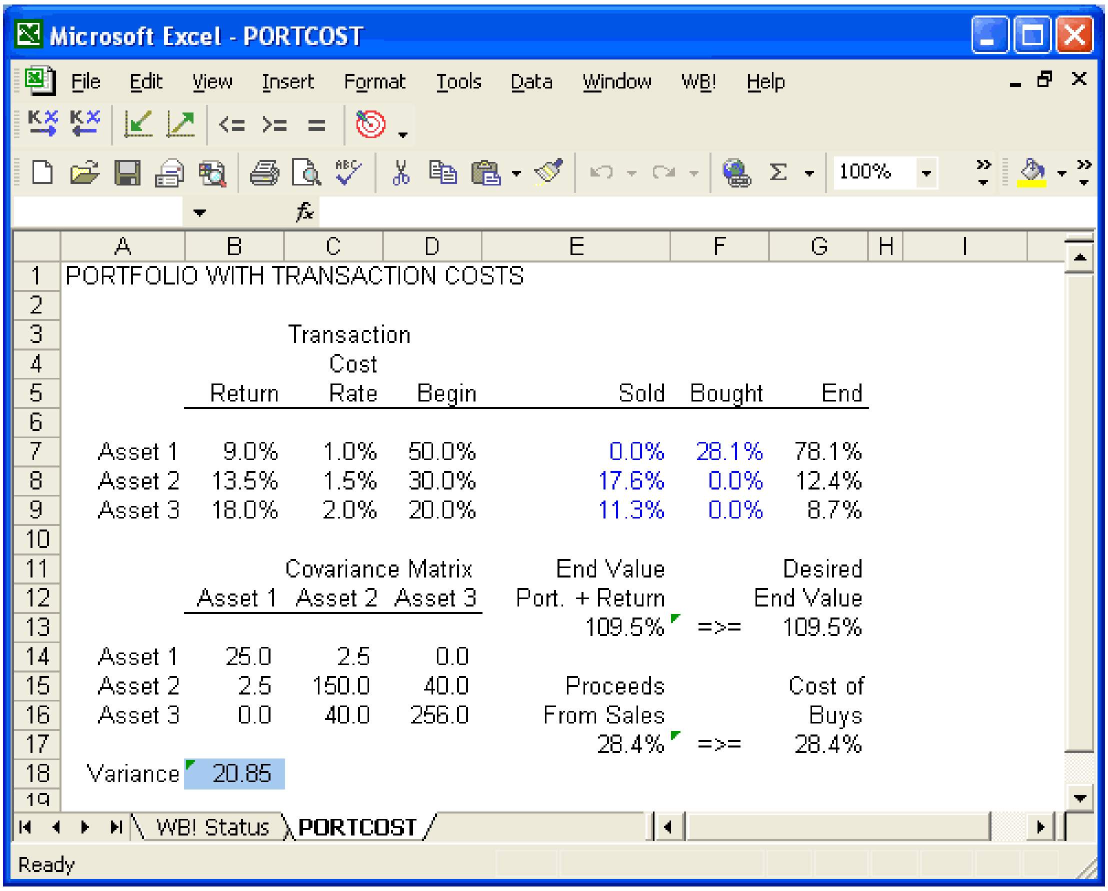
E7*(1-$C$7)+E8*(1-$C$8)+E9*(1-$C$9)

F17の制約WB（E17,” >=” ,G17）は、Proceeds from Salesが少なくてもCost of Buys（G17）よりも大きくなくてはならないと指定する。

F7*(1+$C$7)+F8*(1+$C$8)+F9*(1+$C$9)

モデルを解いてみよう。解析後、WB!Statusワークシートが追加され、「Nonlinearity present」というワーニングが表示される。これは、〔General Options〕ダイアログ・ボックスでオフに設定できる。

結果は下記の通りです。



	A	B	C	D	E	F	G
1	PORTFOLIO WITH TRANSACTION COSTS						
2							
3			Transaction				
4			Cost				
5		Return	Rate	Begin	Sold	Bought	End
6							
7	Asset 1	9.0%	1.0%	50.0%	0.0%	28.1%	78.1%
8	Asset 2	13.5%	1.5%	30.0%	17.6%	0.0%	12.4%
9	Asset 3	18.0%	2.0%	20.0%	11.3%	0.0%	8.7%
10							
11			Covariance Matrix		End Value		Desired
12		Asset 1	Asset 2	Asset 3	Port. + Return		End Value
13					109.5%	=>=	109.5%
14	Asset 1	25.0	2.5	0.0			
15	Asset 2	2.5	150.0	40.0	Proceeds		Cost of
16	Asset 3	0.0	40.0	256.0	From Sales		Buys
17					28.4%	=>=	28.4%
18	Variance	20.85					

アセット1を78.1%、アセット2を12.4%、アセット3を8.7%購入という解がでました。しかし合計が100%ではなく、99.2%になっている。これは、0.8%が手数料として引かれたことを示す。分散も35.54から20.85に減ったことにも注目してください。

7.9　ポートフォリオー可能損失額の最小化

ファイル名：DNRISK　モデルタイプ：NLP

概要

一般的に、投資の重要な目的関数の1つは、資本を失うリスクを最小化することです。この例では、この目的関数をどのように達成するかを説明する。

①　問題

たくさんある中から3つの株に投資する。「野球カードを売らなくてはならない」というリスクを最小化するためにはどの株にどのくらい投資したらよいでしょうか。

②　背景

起こりうる状況下での各株の期待収益の見通しが7通りある。幾つか状況の例をあげてみよう。

- 交通機関のストライキ
- 金利の上昇・下落
- 作物の不作
- カブスがワールドシリーズで優勝する
- ブルスがNBAの決勝戦で勝つ

など。

もし、全ての資本（100%）をアセット2に投資すると、上記のどの状況が発生しても平均収益が19.9%になることが分かっている。あなたは、ポートフォリオで生計を立てる予定でいる。生活費の見当をつけてみると、収益が11%を切ると、生活水準を保つために野球カードを売り始めなければならないことが分かりました。この11%を基準点（threshold）と呼ぶ。

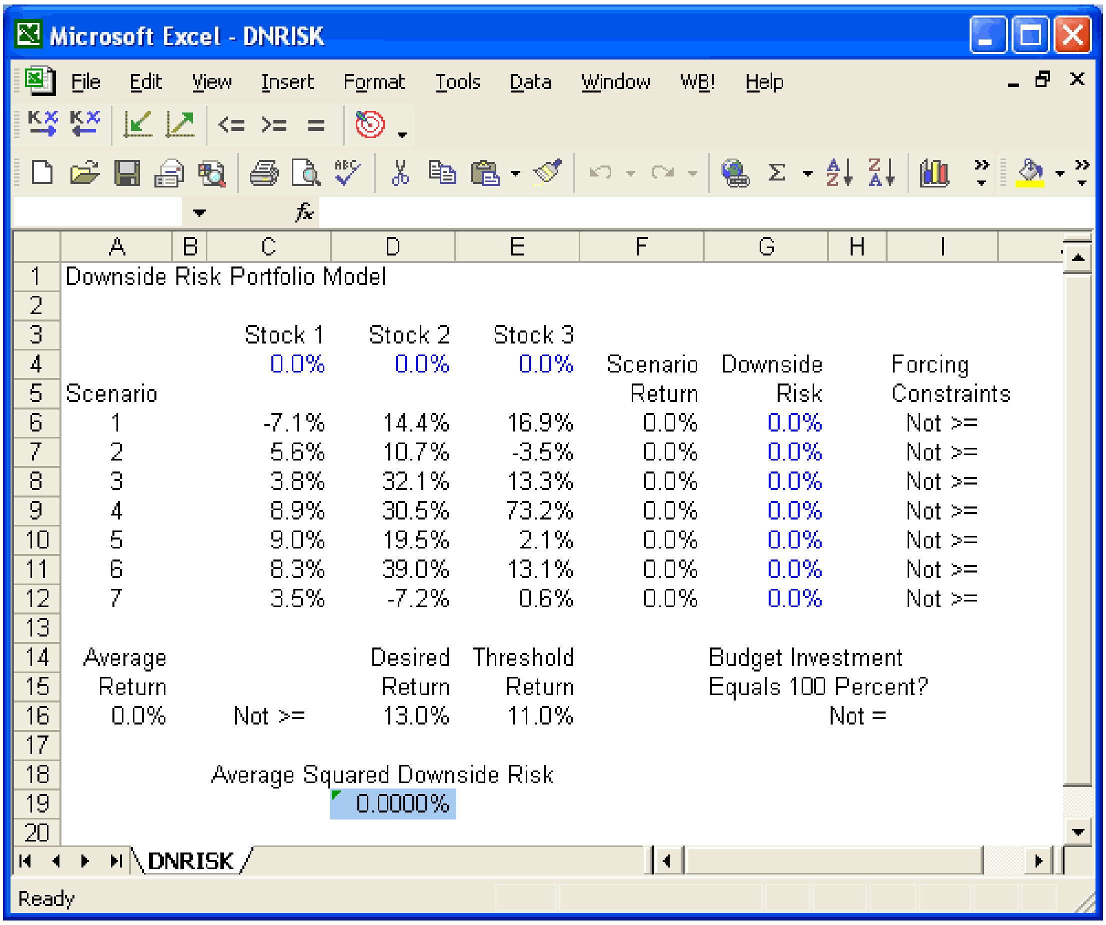
ある2つの状況が実際に起こると、アセット2の収益は基準値よりも低くなる。状況7の場合、赤字になる。この場合、全ての野球カードのコレクションを売らなければならないかもしれない。19.9%は魅力的ですが、カードを売らなければならないという可能性は必ず避けたいので、平均または期待収益が最低13%（希望収益）になるように決めた。カードを売らなければならない可能性を最小限にしたい。

③　目的関数セル

目的関数は、利益を得るために投資すると同時に、野球カードのコレクションを失うリスクを最小限に食い止めることです。

④　ワークシート

DNRISKファイルを見てみよう。



	A	B	C	D	E	F	G	H	I
1	Downside Risk Portfolio Model								
2									
3			Stock 1	Stock 2	Stock 3				
4			0.0%	0.0%	0.0%	Scenario	Downside		Forcing
5	Scenario					Return	Risk		Constraints
6	1		-7.1%	14.4%	16.9%	0.0%	0.0%		Not >=
7	2		5.6%	10.7%	-3.5%	0.0%	0.0%		Not >=
8	3		3.8%	32.1%	13.3%	0.0%	0.0%		Not >=
9	4		8.9%	30.5%	73.2%	0.0%	0.0%		Not >=
10	5		9.0%	19.5%	2.1%	0.0%	0.0%		Not >=
11	6		8.3%	39.0%	13.1%	0.0%	0.0%		Not >=
12	7		3.5%	-7.2%	0.6%	0.0%	0.0%		Not >=
13									
14	Average			Desired	Threshold		Budget Investment		
15	Return			Return	Return		Equals 100 Percent?		
16	0.0%		Not >=	13.0%	11.0%			Not =	
17									
18			Average Squared Downside Risk						
19				0.0000%					
20									

A. 修正可能セルの決定

修正可能セルはC4:E4で、各株にそれぞれどのくらい投資するか（%）とG6:G12の各状況下での可能損失率（%）です。

B. ベストセルの定義

ベストセルは、D9の可能損失率（%）の2乗和の平均です。2乗和は基準収益値をはるかに下回る結果の相対的なペナルティを増やすのに使われます。

C. 制約式の指定

このモデルには3つの制約がある。

I6:I12にある制約は、各状況における可能損失率（基準収益－基準収益よりも少ない状況下での収益）が、状況収益が基準収益よりも多い場合は0となるようにする。例えばI6の制約式は次のようになる。

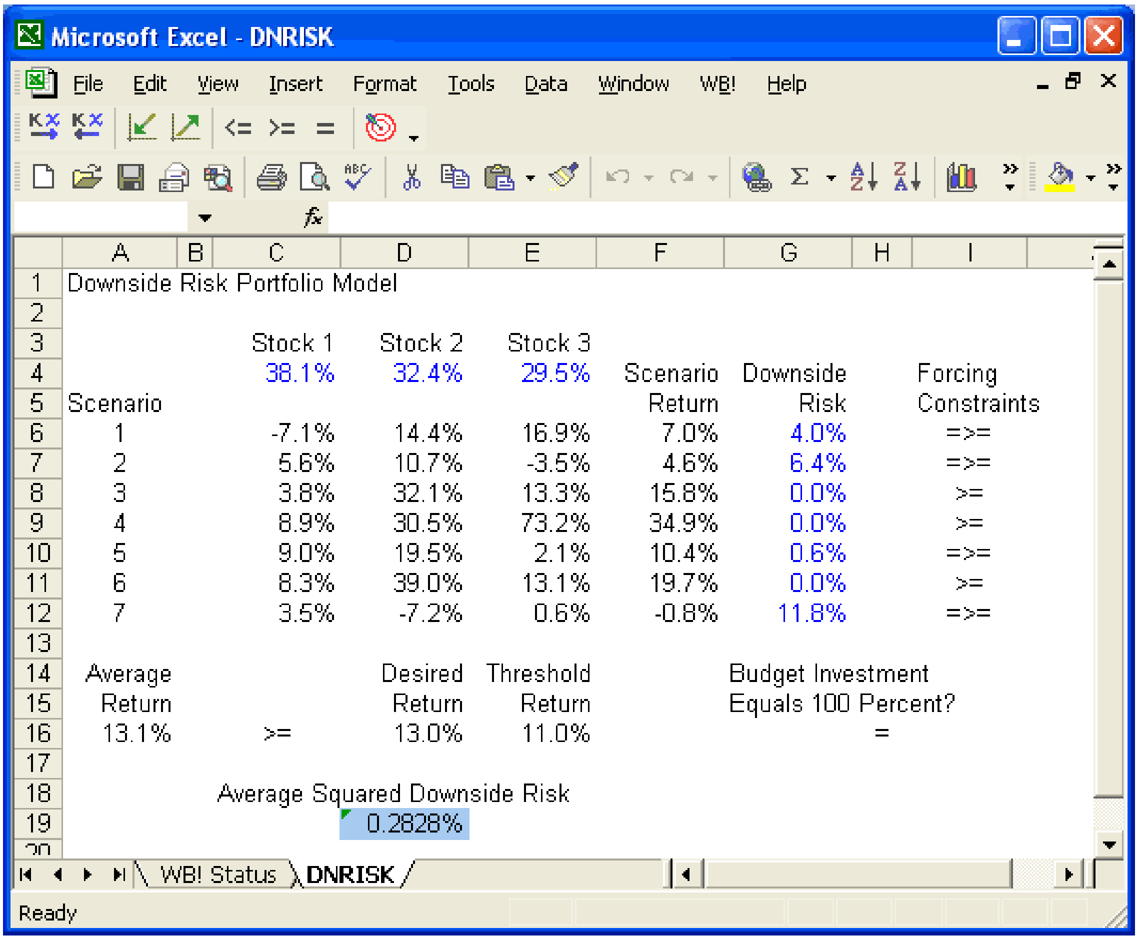
WB(G6, ″>=″, $E$16-F6)

G6は、修正可能セルなため、負の値は入力できない。そして、これは最小化問題であるため、負でない最小値を算出してください。もし、E16（基準収益）がF6（状況収益）よりも小さい場合、E16からF6は負の値になってしまう。よって、制約はどの負数よりも大きい「0」となり、満たされる。

H16の制約は、各株に投資された率（%）が100になるようにする。

C16の制約は、状況下の平均収益が希望収益よりも大きくなるようにする。

モデルを解いてみよう。解析後、WB!Statusワークシートが追加され、「Nonlinearity present」というワーニングが表示される。これは、〔General Options〕ダイアログ・ボックスでオフに設定できる。



Microsoft Excel - DNRISK

	A	B	C	D	E	F	G	H	I
1	Downside Risk Portfolio Model								
2									
3			Stock 1	Stock 2	Stock 3				
4			38.1%	32.4%	29.5%	Scenario	Downside		Forcing
5	Scenario					Return	Risk		Constraints
6	1		-7.1%	14.4%	16.9%	7.0%	4.0%		=>=
7	2		5.6%	10.7%	-3.5%	4.6%	6.4%		=>=
8	3		3.8%	32.1%	13.3%	15.8%	0.0%		>=
9	4		8.9%	30.5%	73.2%	34.9%	0.0%		>=
10	5		9.0%	19.5%	2.1%	10.4%	0.6%		=>=
11	6		8.3%	39.0%	13.1%	19.7%	0.0%		>=
12	7		3.5%	-7.2%	0.6%	-0.8%	11.8%		=>=
13									
14	Average			Desired	Threshold		Budget Investment		
15	Return			Return	Return		Equals 100 Percent?		
16	13.1%		>=	13.0%	11.0%			=	
17									
18			Average Squared Downside Risk						
19				0.2828%					

解析後のDNRISKワークシート

2乗された可能損失率はD19に0.2828%と表示されました。

7.10　ポートフォリオー状況モデル

ファイル名：PORTSCEN　　モデルタイプ：NLP

①　問題

ポートフォリオの「リスク」は色々な方法で測定される。このモデルでは、3つの方法で測定されたリスク最小化の結果で配分された最適投資の動きを観察し、あなたの生活様式に合った最善のリスク測度を決めなければなければなりません。

②　背景

ここでは、またもや3つのアセットが登場する。しかし、今回は7つではなく、12の類似した期待収益をもたらす状況がある。状況とは、あなたの分析に影響を与えうる出来事です。例えば、政府が利率を0.5ポイント上げた、政府が利率を0.25ポイント下げた、住宅供給が始まったなどが挙げられる。このモデルは、分散、片側分散、可能損失率の3つの異なるリスク測度を計算し、それぞれを最小化して希望収益が15%に達する各アセットの異なるレベルを観察する。どの測度を選ぶかにより、目的関数に適った「最低リスク」を探す。

分散とは期待収益のばらつきの測度です。しかし、このリスク測度は、目的関数よりも5%上回る状況も5%下回る状況も含まれてしまう。しかし、必要なのは目的利益を下回るもののみです。

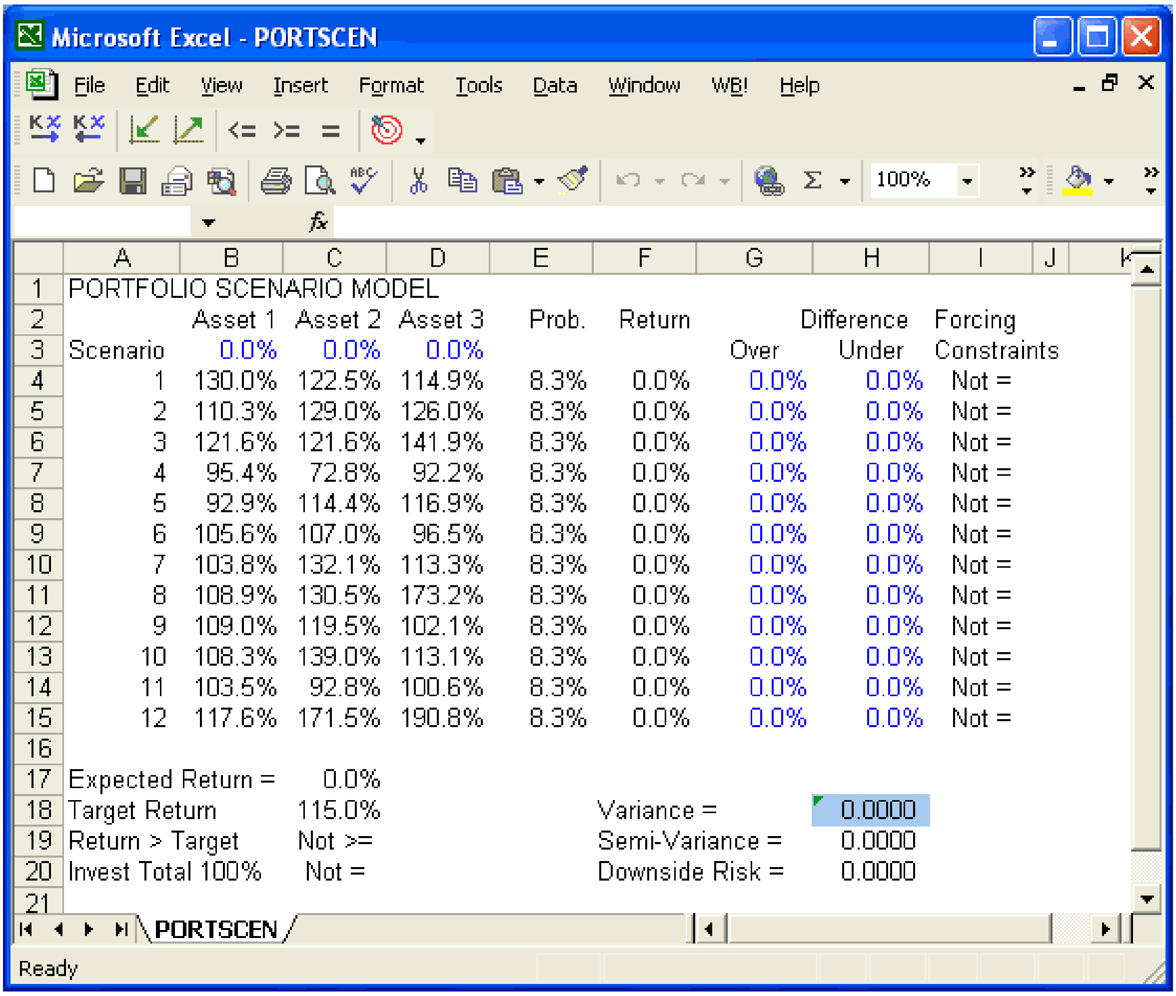
片側分散と可能損失率は、両方とも目的関数よりも下回る場合のみを取り扱う。可能損失率は、目的収益と目的収益を下回る収益の差を最小化する。片側分散は目的収益と目的収益を下回る収益の差の2乗を最小化する。よって、これは大きな差がある場合、より効果的です。

③　目的関数セル

あなたの生活様式に影響する一番重要なリスク測度を適用して、ポートフォリオ全体のリスクを最小化し、どのアセットにどれだけ投資するかを決定する。

④ワークシート

PORTSCENファイルを見てみよう。



	A	B	C	D	E	F	G	H	I
1	PORTFOLIO SCENARIO MODEL								
2		Asset 1	Asset 2	Asset 3	Prob.	Return		Difference	Forcing
3	Scenario	0.0%	0.0%	0.0%			Over	Under	Constraints
4	1	130.0%	122.5%	114.9%	8.3%	0.0%	0.0%	0.0%	Not =
5	2	110.3%	129.0%	126.0%	8.3%	0.0%	0.0%	0.0%	Not =
6	3	121.6%	121.6%	141.9%	8.3%	0.0%	0.0%	0.0%	Not =
7	4	95.4%	72.8%	92.2%	8.3%	0.0%	0.0%	0.0%	Not =
8	5	92.9%	114.4%	116.9%	8.3%	0.0%	0.0%	0.0%	Not =
9	6	105.6%	107.0%	96.5%	8.3%	0.0%	0.0%	0.0%	Not =
10	7	103.8%	132.1%	113.3%	8.3%	0.0%	0.0%	0.0%	Not =
11	8	108.9%	130.5%	173.2%	8.3%	0.0%	0.0%	0.0%	Not =
12	9	109.0%	119.5%	102.1%	8.3%	0.0%	0.0%	0.0%	Not =
13	10	108.3%	139.0%	113.1%	8.3%	0.0%	0.0%	0.0%	Not =
14	11	103.5%	92.8%	100.6%	8.3%	0.0%	0.0%	0.0%	Not =
15	12	117.6%	171.5%	190.8%	8.3%	0.0%	0.0%	0.0%	Not =
16									
17	Expected Return =		0.0%						
18	Target Return		115.0%			Variance =		0.0000	
19	Return > Target		Not >=			Semi-Variance =		0.0000	
20	Invest Total 100%		Not =			Downside Risk =		0.0000	

最適化前の状況モデル

A. 修正可能セルの決定

修正可能セルは、各アセットへの投資率（B3:D3）とG4:H15に表示される「差（OverとUnder)」です。Overには、期待収益以上の収益が表示される。Underには、期待収益以下の収益が表示される。

B. ベストセルの定義

3つのベストセルから1つを選択できる。これらの最小化の解は後ほどお見せする。

＊　H18の分散

＊　H19の片側分散

＊　H20の可能損失率

分散は、H18で次のように計算される。

E4*(G4+H4)^2+E5*(G5+H5)^2+E6*(G6+H6)^2+E7*(G7+H7)^2+E8*(G8+H8)^2+E9*(G9+H9)^2+E10*(G10+H10)^2+E11*(G11+H11)^2+E12*(G12+H12)^2+E13*(G13+H13)^2+E14*(G14+H14)^2+E15*(G15+H15)^2

これは、確率のSUMPRODUCTと、収益と目的収益の差を2乗したものと同様です。可能損失率は、列Eと列HのUnderの確率のSUMPRODUCTで計算する。片側分散はUnderの2乗と確率のSUMPRODUCTで計算する。

C.制約式の指定

PORTSCENモデルには、3つの制約がある。1つ目は多少頭を使わなければなりません。

I4:I15のForcing ConstraintsはOver（G4:G15）とUnder(H4:H15)の差をExpected Return(F17)とReturn(F4:F15)の差と同じにする制約です。例えばI4の場合、WB(G4-H4,”=”,F4-$C$17)です。

片側分散と可能損失率を探すには、各状況におけるリスク（SR）が目的収益（TR）よりもどれくらい少ないかを計算してください。これは、IF関数を用いて計算できる。

IF(SR<TR, TR - SR,0)

この関数は、目的収益よりも状況収益が少ない場合、目的収益と状況収益の差を計算する。それ以外は「0」を表示する。

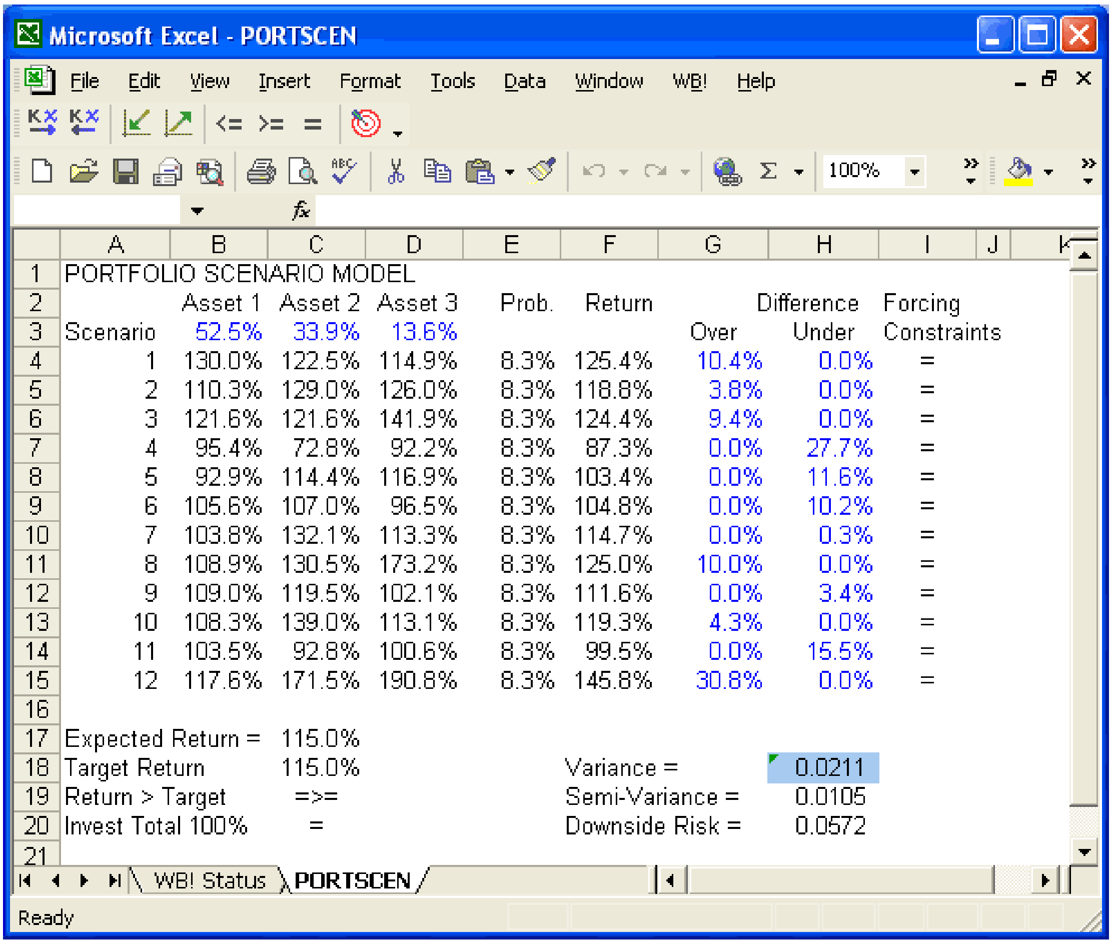
このIFステートメントの関数は滑らかでなくなっている。滑らかな関数には切れ目や鋭角なカーブはない。ほとんどのIF関数は直接または間接的に、滑らかでない修正可能セルに影響される。モデルを正確に解くためになるべく避けた方が良いでしょう。修正可能セルを追加したり、制約を慎重に作ったりして、滑らかでないIF関数の使用最小限に抑えてください。このような回りくどいやり方をする必要はないが、最適でない解を得るリスクを減らすことができる。

この場合、修正可能セルを2つと制約を1つ使うことにより、IF関数を真似た。各状況のGとHに修正可能セルを入力し、制約を使ってGの修正可能セルに状況収益額が目的収益よりもOverな額を表示するようにし、目的収益以下ならば「0」が表示されるようにする。同様に、Hの修正可能セルに状況収益が目的収益よりもUnderな額を表示するようにし、以下ならば「0」を表示するようにする。

I4:I15の制約は、G4:H15の差が、状況収益（F4:F15）と目的収益（C19）の差と同じになるように制限する。例えば、状況1の場合、I4の制約はWB(G4-H4,”=”,F4-$C$18)です。もし、目的収益（C18）が115％で、状況収益（F4）が120％だと、制約はG4-H4が5％なるようにする。これらの値は修正可能セルに表示されるので、自動的に非負値となる。そして、この問題は最小化問題であるため、最適解は全ての制約を満たす最小値となる。よって、G4は5％でH4は0％となる。同様に、状況収益（F4）が110％の場合、G4-H4は-5％となる。G4は強制的に0％となり、H4は5％となる。G4:H15のアセット配分で実験してみると、このforcing Constraintsがうまく機能していることが分かる。

C19の制約（WB(C17,”>=”,C18)） は、期待収益（C17）を最低限目的収益（C18）以上になるよう制限する。C20では、資金が100％投資されていることを確認するためにB3:D3の和が1となるようにする。

モデルを解いてみよう。解析後、WB!Statusワークシートが追加され、「Nonlinearlity present」というワーニングが表示される。これは、〔General Options〕ダイアログ・ボックスでオフに設定できる。3つの目的値は次のようになる。

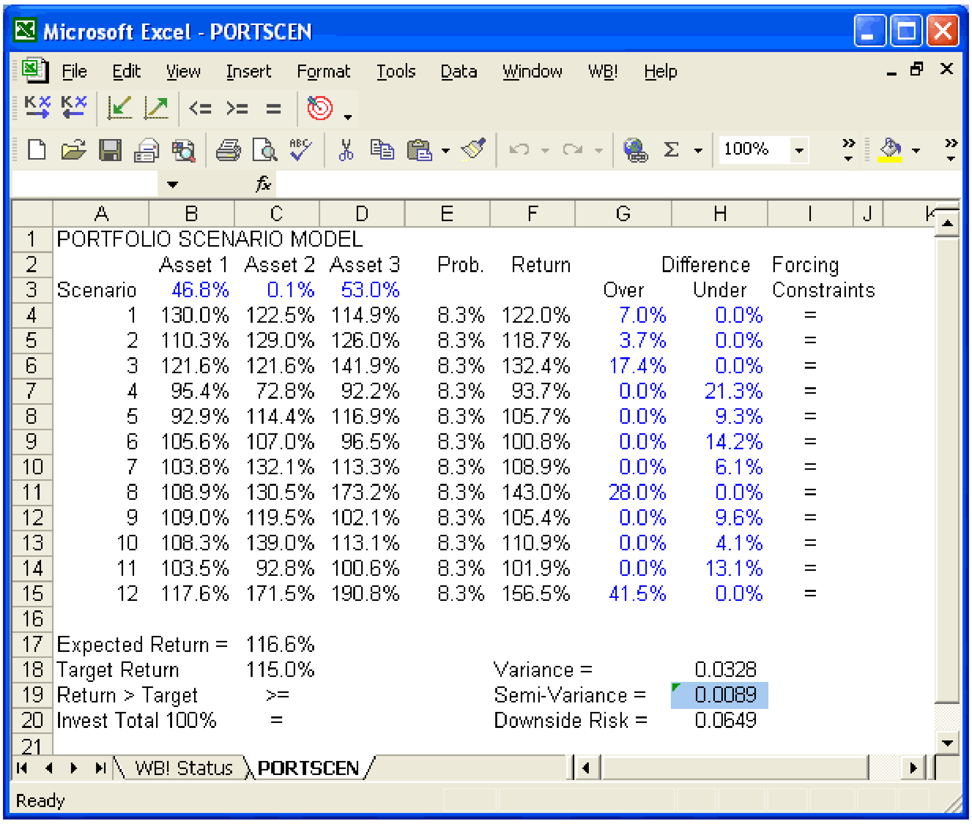


Microsoft Excel - PORTSCEN

	A	B	C	D	E	F	G	H	I
1	PORTFOLIO SCENARIO MODEL								
2		Asset 1	Asset 2	Asset 3	Prob.	Return		Difference	Forcing
3	Scenario	52.5%	33.9%	13.6%			Over	Under	Constraints
4	1	130.0%	122.5%	114.9%	8.3%	125.4%	10.4%	0.0%	=
5	2	110.3%	129.0%	126.0%	8.3%	118.8%	3.8%	0.0%	=
6	3	121.6%	121.6%	141.9%	8.3%	124.4%	9.4%	0.0%	=
7	4	95.4%	72.8%	92.2%	8.3%	87.3%	0.0%	27.7%	=
8	5	92.9%	114.4%	116.9%	8.3%	103.4%	0.0%	11.6%	=
9	6	105.6%	107.0%	96.5%	8.3%	104.8%	0.0%	10.2%	=
10	7	103.8%	132.1%	113.3%	8.3%	114.7%	0.0%	0.3%	=
11	8	108.9%	130.5%	173.2%	8.3%	125.0%	10.0%	0.0%	=
12	9	109.0%	119.5%	102.1%	8.3%	111.6%	0.0%	3.4%	=
13	10	108.3%	139.0%	113.1%	8.3%	119.3%	4.3%	0.0%	=
14	11	103.5%	92.8%	100.6%	8.3%	99.5%	0.0%	15.5%	=
15	12	117.6%	171.5%	190.8%	8.3%	145.8%	30.8%	0.0%	=
16									
17	Expected Return =		115.0%						
18	Target Return		115.0%			Variance =		0.0211	
19	Return > Target		=>=			Semi-Variance =		0.0105	
20	Invest Total 100%		=			Downside Risk =		0.0572	

分散の最小化後の状況モデル

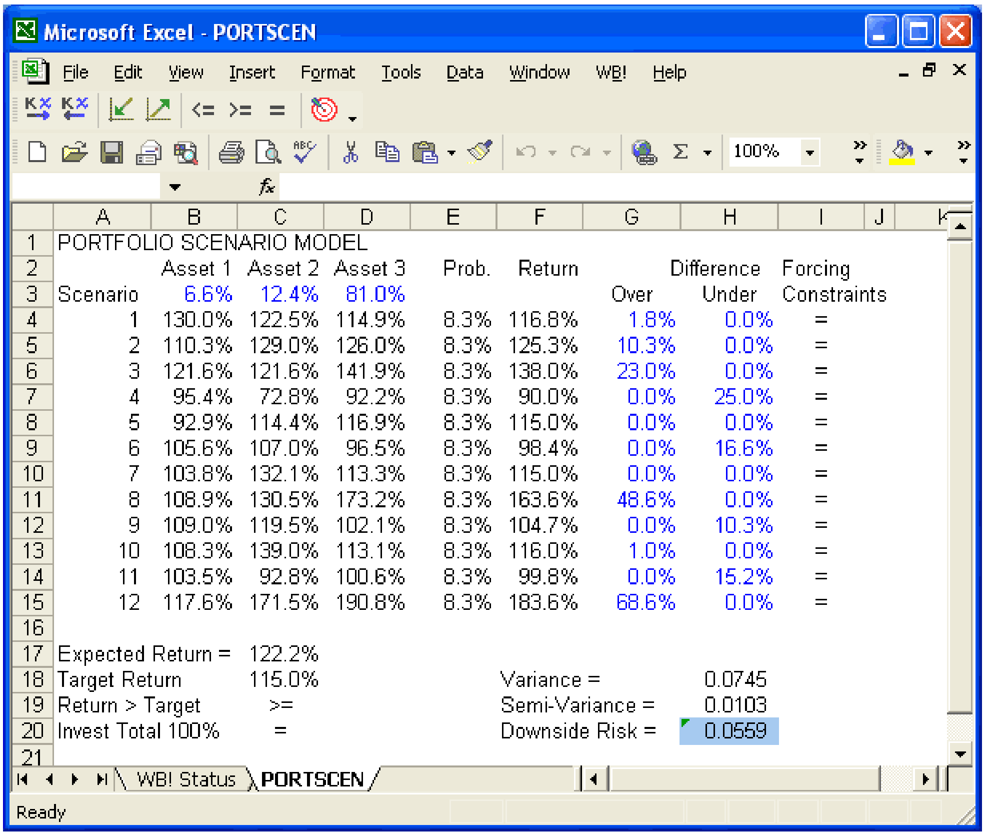
変動は、0.0211まで最小化された。可能損失率と片側分散は下記のような結果となる。



	A	B	C	D	E	F	G	H	I
1	PORTFOLIO SCENARIO MODEL								
2		Asset 1	Asset 2	Asset 3	Prob.	Return		Difference	Forcing
3	Scenario	46.8%	0.1%	53.0%			Over	Under	Constraints
4	1	130.0%	122.5%	114.9%	8.3%	122.0%	7.0%	0.0%	=
5	2	110.3%	129.0%	126.0%	8.3%	118.7%	3.7%	0.0%	=
6	3	121.6%	121.6%	141.9%	8.3%	132.4%	17.4%	0.0%	=
7	4	95.4%	72.8%	92.2%	8.3%	93.7%	0.0%	21.3%	=
8	5	92.9%	114.4%	116.9%	8.3%	105.7%	0.0%	9.3%	=
9	6	105.6%	107.0%	96.5%	8.3%	100.8%	0.0%	14.2%	=
10	7	103.8%	132.1%	113.3%	8.3%	108.9%	0.0%	6.1%	=
11	8	108.9%	130.5%	173.2%	8.3%	143.0%	28.0%	0.0%	=
12	9	109.0%	119.5%	102.1%	8.3%	105.4%	0.0%	9.6%	=
13	10	108.3%	139.0%	113.1%	8.3%	110.9%	0.0%	4.1%	=
14	11	103.5%	92.8%	100.6%	8.3%	101.9%	0.0%	13.1%	=
15	12	117.6%	171.5%	190.8%	8.3%	156.5%	41.5%	0.0%	=
16									
17	Expected Return =		116.6%						
18	Target Return		115.0%			Variance =		0.0328	
19	Return > Target		>=			Semi-Variance =		0.0089	
20	Invest Total 100%		=			Downside Risk =		0.0649	

片側分散最小化後の状況モデル

片側分散は0. 0089まで最小化されました。



	A	B	C	D	E	F	G	H	I
1	PORTFOLIO SCENARIO MODEL								
2		Asset 1	Asset 2	Asset 3	Prob.	Return		Difference	Forcing
3	Scenario	6.6%	12.4%	81.0%			Over	Under	Constraints
4	1	130.0%	122.5%	114.9%	8.3%	116.8%	1.8%	0.0%	=
5	2	110.3%	129.0%	126.0%	8.3%	125.3%	10.3%	0.0%	=
6	3	121.6%	121.6%	141.9%	8.3%	138.0%	23.0%	0.0%	=
7	4	95.4%	72.8%	92.2%	8.3%	90.0%	0.0%	25.0%	=
8	5	92.9%	114.4%	116.9%	8.3%	115.0%	0.0%	0.0%	=
9	6	105.6%	107.0%	96.5%	8.3%	98.4%	0.0%	16.6%	=
10	7	103.8%	132.1%	113.3%	8.3%	115.0%	0.0%	0.0%	=
11	8	108.9%	130.5%	173.2%	8.3%	163.6%	48.6%	0.0%	=
12	9	109.0%	119.5%	102.1%	8.3%	104.7%	0.0%	10.3%	=
13	10	108.3%	139.0%	113.1%	8.3%	116.0%	1.0%	0.0%	=
14	11	103.5%	92.8%	100.6%	8.3%	99.8%	0.0%	15.2%	=
15	12	117.6%	171.5%	190.8%	8.3%	183.6%	68.6%	0.0%	=
16									
17	Expected Return =		122.2%						
18	Target Return		115.0%			Variance =		0.0745	
19	Return > Target		>=			Semi-Variance =		0.0103	
20	Invest Total 100%		=			Downside Risk =		0.0559	

可能損失率の最小化後の状況モデル

可能損失率は、0.0559まで最小化されました。

これらのリスク測度の最小化は次のようなポートフォリオを作成しました。

	アセット 1	アセット 2	アセット 3
最小分散	52.50%	33.90%	13.60%
最小片側分散	46.80%	0/1%	53.10%
最小可能損失率	6.60%	12.40%	81.00%

全てのリスク測度を最小化しても、それぞれ似たようなレベルのリスクを出し、違った配分や期待収益を算出しているのが興味深い。これは、どのリスク測度が生活様式にあっているかに視点を置くことが重要であるかを示す例である。

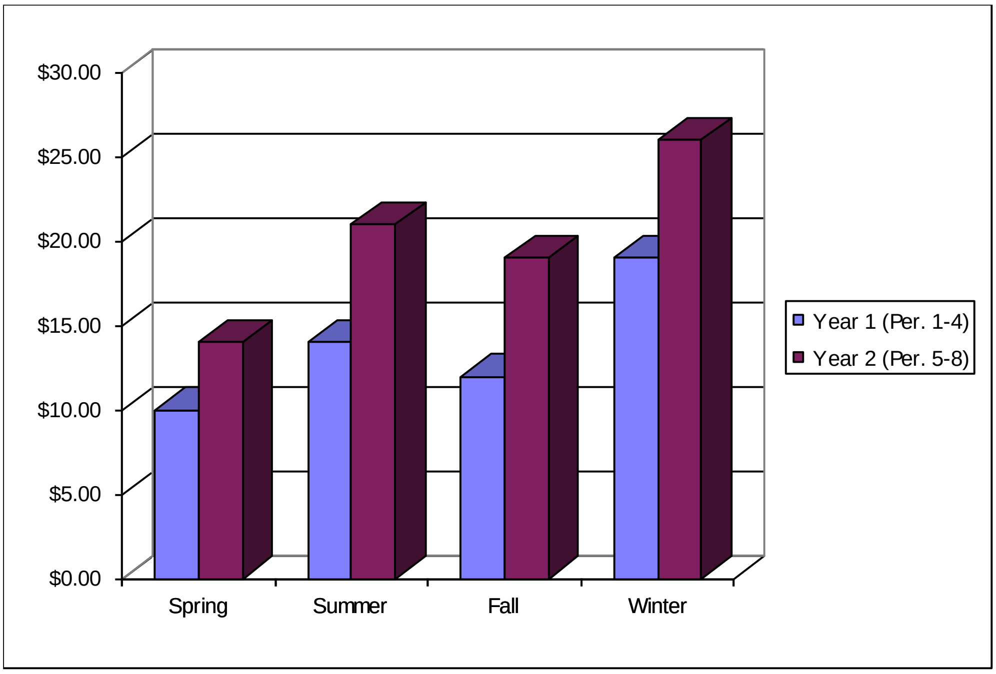
7.11　季節要因を考慮した販売
ファイル名：SEASON　モデルタイプ：NLP

① 問題

季節によって影響を受ける商品を販売している。四季がどのように販売と売上増減に影響するかを調査し、販売予測や今後の発注量の決定に役立てます。

② 背景

各季節がもたらす売上への影響を調べ、季節要因を計算し、2乗誤差を最小化することで正規化したデータ上に直線を引きます。動向もしくは線の角度が季節ごとの売上の成長を表わす。ベースはタイムゼロ期の売上高です。過去2年間の各季節の売上データは次のグラフに表されている。

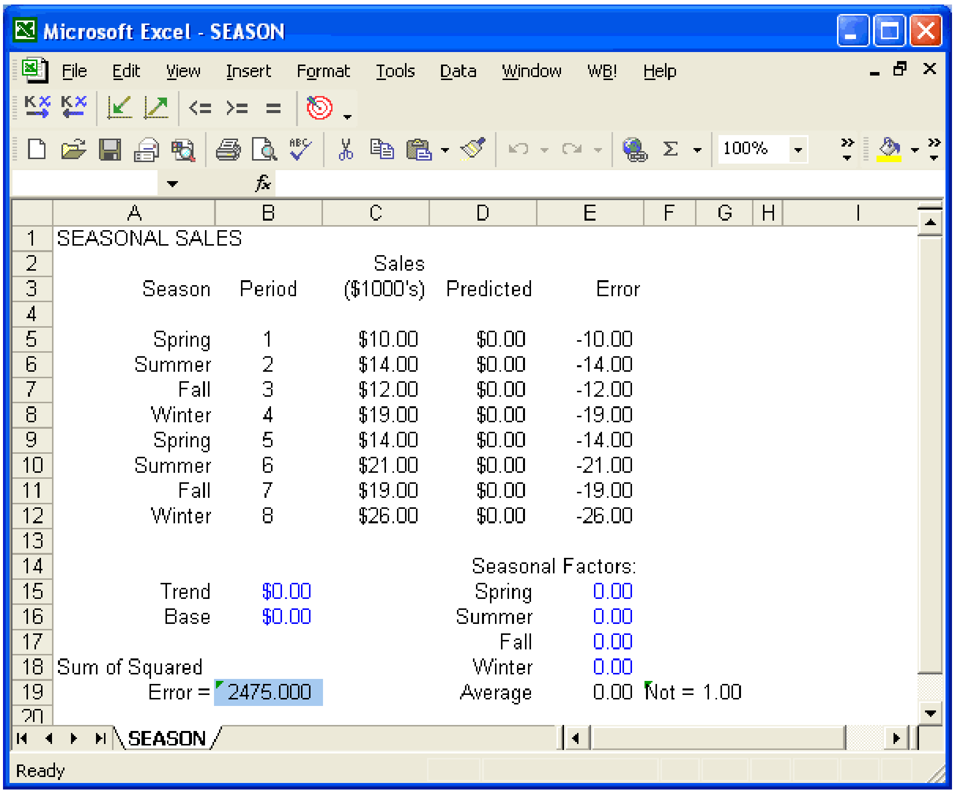


③ 目的関数セル

ベース、動向、季節要因を考慮して、誤差を最小限に抑え、次の2年間の売上を予測する。

④　 ワークシート

SEASON ファイルを見てみよう。



解析前のSEASONモデル

A. 修正可能セルの決定

修正可能セルは、動向（B15）、ベース（B16）、そして季節要因（E15：E18）です。

B. ベストセルの定義

ベストセルは、B19 の誤差の平方和です。

SUMPRODUCT(E5：E12,E5：E12)

これは、E5：E12 の誤差を自乗した和です。

C. 制約式の指定

F19 の唯一の制約は、季節要因の平均を 1 にすることです。

これは、次の式で表わされる。

WB(E19, “= “,G19)

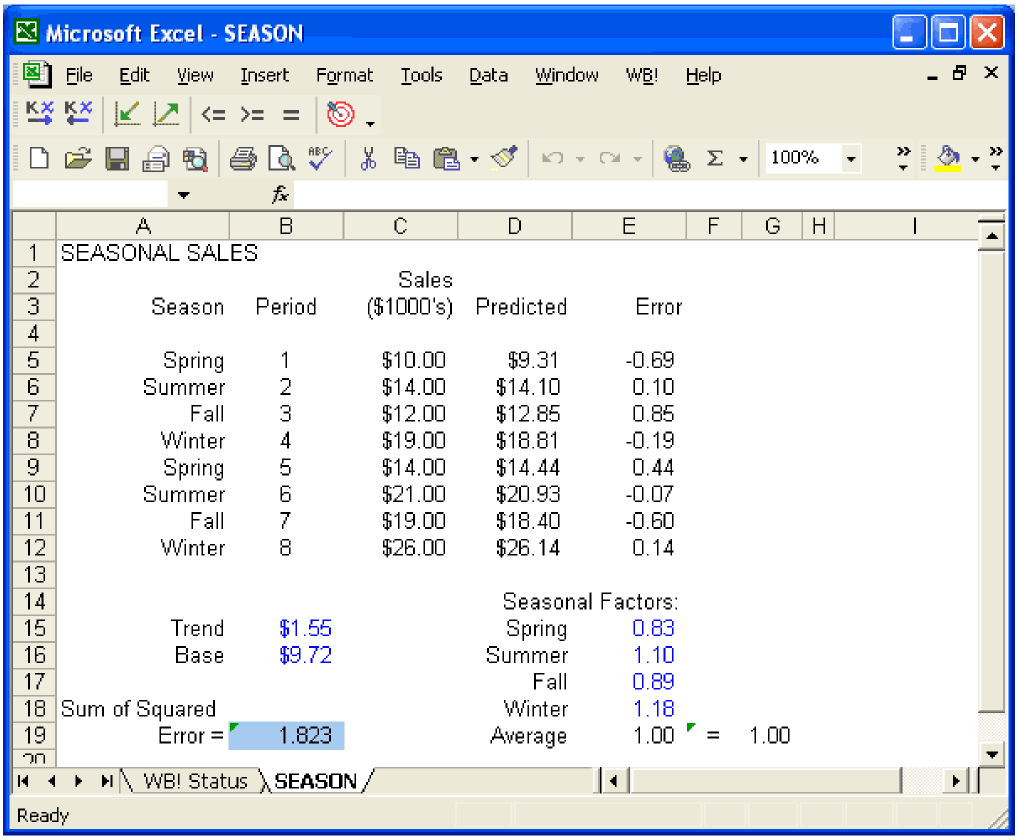
ここで、E19 には AVERAGE(E15：E18)が入っている。

予測値（D5：D12）は、次の計算式となる。

予測値=季節要因*(ベース＋期間*動向)

誤差は、（予測値−販売量）になる。例えば、E5には1年目の春の誤差が入り、(D5−C5)になる。

問題を解いてみよう。解析後、WB!Status ワークシートが追加され、「Nonlinearlity present」ワーニングが表示される。これは、〔General Options〕ダイアログ・ボックスでオフに設定できる。

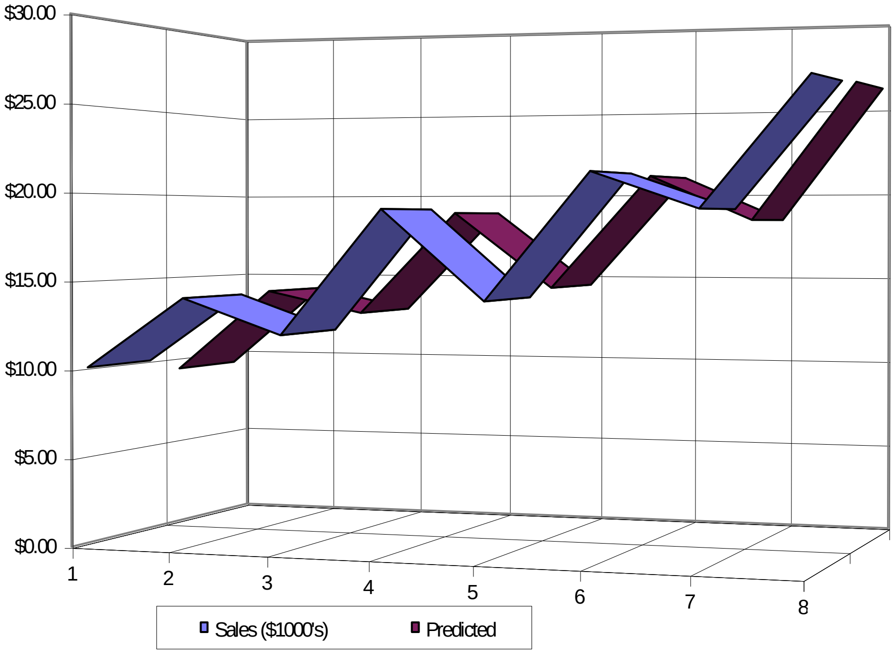


	A	B	C	D	E	F	G
1	SEASONAL SALES						
2			Sales				
3	Season	Period	($1000's)	Predicted	Error		
4							
5	Spring	1	$10.00	$9.31	-0.69		
6	Summer	2	$14.00	$14.10	0.10		
7	Fall	3	$12.00	$12.85	0.85		
8	Winter	4	$19.00	$18.81	-0.19		
9	Spring	5	$14.00	$14.44	0.44		
10	Summer	6	$21.00	$20.93	-0.07		
11	Fall	7	$19.00	$18.40	-0.60		
12	Winter	8	$26.00	$26.14	0.14		
13							
14				Seasonal Factors:			
15	Trend	$1.55		Spring	0.83		
16	Base	$9.72		Summer	1.10		
17				Fall	0.89		
18	Sum of Squared			Winter	1.18		
19	Error =	1.823		Average	1.00	=	1.00

解析後の SEASON モデル

春の要因は 0.83 となった。つまり、年平均の 83%の売上ということです。動向は$1.55 です。これは、季節の調整を考慮に入れると、季節ごとに平均$1,550 増加することを示す。

実際の売上と予測売り上げをグラフで示すと次のようになる。


$30.00
$25.00
$20.00
$15.00
$10.00
$5.00
$0.00
1
2
3
4
5
6
7
8
Sales ($1000's)
Predicted

7.12　指数平滑法

ファイル名：SIMXPO&SMOOTH　モデルタイプ：NLP

概要

　指数平滑法は、過去の出来事を調べ、これから起こりうる出来事を予測するのに用いる技法です。加重平均を利用して過去の値を平滑化することで、次の期間の値を予測することができる。

　基本的な指数平滑法は、次のような式で表わせます。

$P_{t+1} = P_t + \alpha * (Y_t - P_t)$

P_{t+1} = ある期間（t+1）の予測値

P_t = 期間ｔの予測値

Y_t = ｔの実績

α (alpha) = 平滑化定数

　Alphaを「1」に設定すると、次の期間の予測は基本的に前期の実績情報になす。Alphaが「0」に設定すると、前期の予測は全て無視される。どちらの場合も、予測として極端なのでAlpha値は0.01から0.99の間に設定する。

①　問題

　多大な費用がかかる過剰在庫と在庫保有量を最小に抑えるために、これからの売上を予想したい。

②　背景

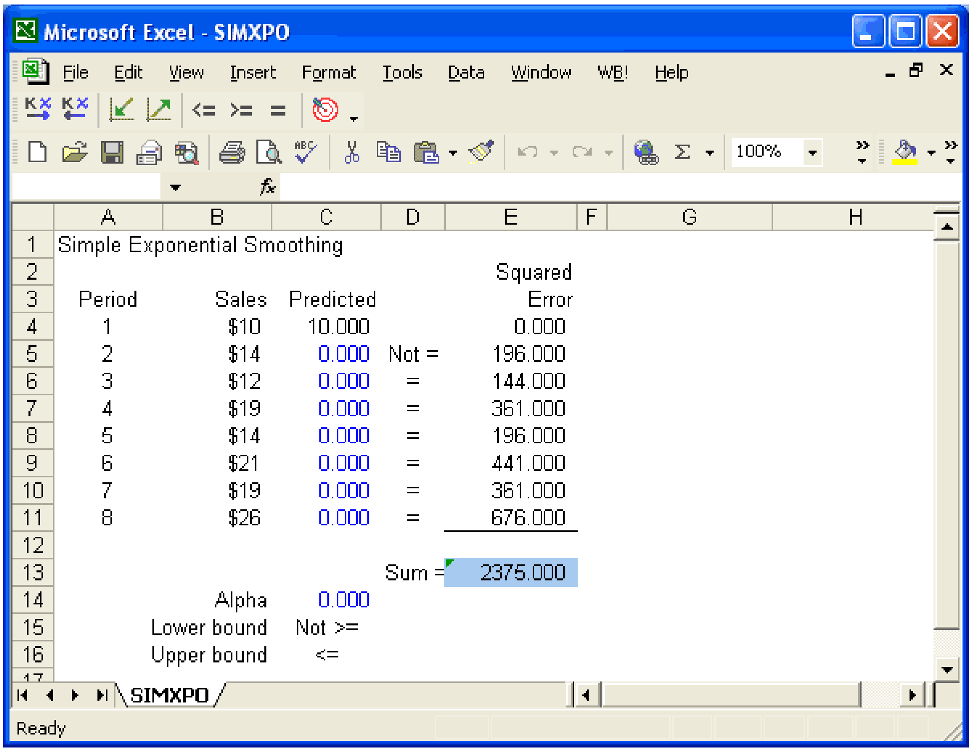
　この指数平滑問題の場合、8か月分の売上データがある。平滑化定数（Alpha値）をみつけ、2乗誤差を最小化する。この場合の2乗誤差は、各期間の実績と予測売上の差です。

③　目的関数セル

　目的関数は、2乗誤差を最小化すると同時に、予測売上とAlpha値を決定することです。

⑤　ワークシート

　SIMXPOファイルをみてみよう。



	A	B	C	D	E
1	Simple Exponential Smoothing				
2					Squared
3	Period	Sales	Predicted		Error
4	1	$10	10.000		0.000
5	2	$14	0.000	Not =	196.000
6	3	$12	0.000	=	144.000
7	4	$19	0.000	=	361.000
8	5	$14	0.000	=	196.000
9	6	$21	0.000	=	441.000
10	7	$19	0.000	=	361.000
11	8	$26	0.000	=	676.000
12					
13				Sum =	2375.000
14		Alpha	0.000		
15		Lower bound	Not >=		
16		Upper bound	<=		

解析前のSIMXPOモデル

A. 修正可能セルの決定

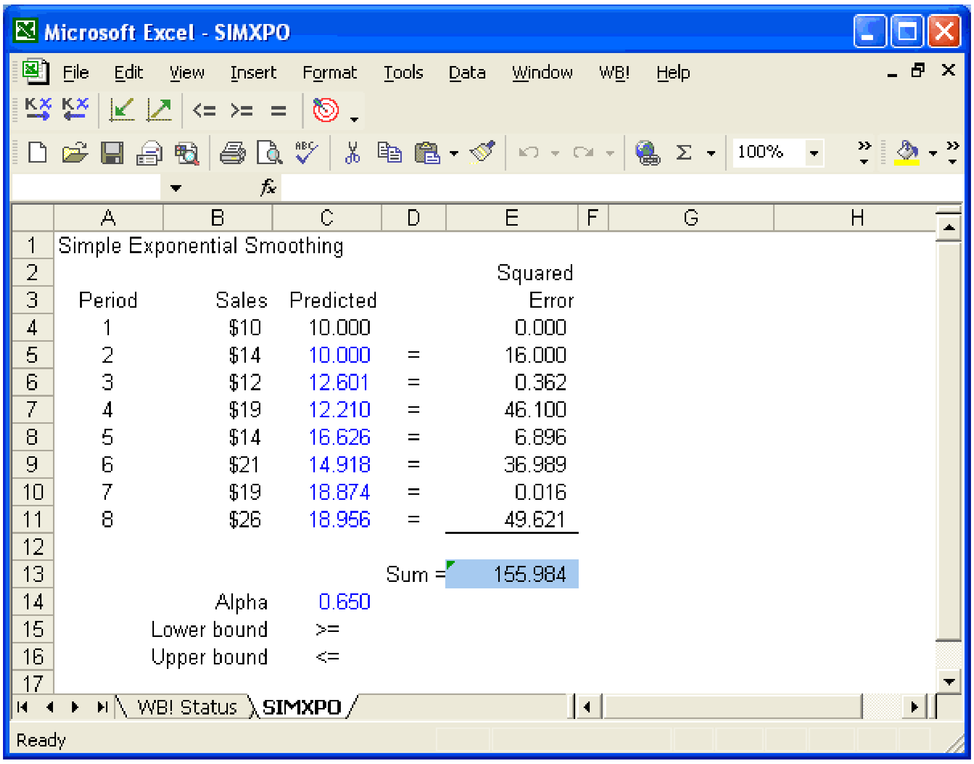
修正可能セルはC5:C11の予測売上と、C14の平滑化定数です。注意してみてみると、C4の期間1は予測の元にする前期のデータがないため、「10」で固定されている。

B. ベストセルの定義

ベストセル（E13）は、誤差の平方和（E4:E11の売上と予測の差）です。

C. 制約式の指定

D5:D11の制約は、期間ごとに指数平滑の基本モデルを再生する。C15:C16は、Alphaで0.001から0.999に制限されている。さぁ、モデルを解いてみよう。解析後、WB!Statusワークシートが追加され、「Nonlinearity present」ワーニングを表示する。これは、〔General Options〕ダイアログ・ボックスでオフに設定できる。

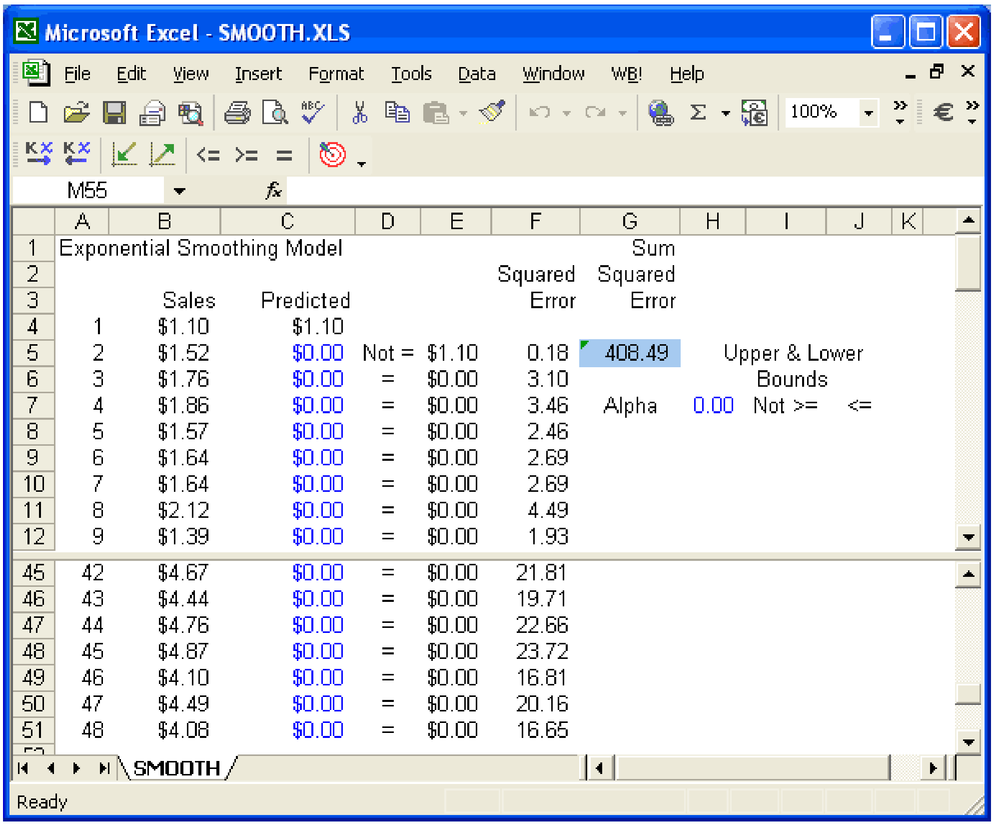


Microsoft Excel - SIMXPO

	A	B	C	D	E
1	Simple Exponential Smoothing				
2					Squared
3	Period	Sales	Predicted		Error
4	1	$10	10.000		0.000
5	2	$14	10.000	=	16.000
6	3	$12	12.601	=	0.362
7	4	$19	12.210	=	46.100
8	5	$14	16.626	=	6.896
9	6	$21	14.918	=	36.989
10	7	$19	18.874	=	0.016
11	8	$26	18.956	=	49.621
12					
13				Sum =	155.984
14		Alpha	0.650		
15		Lower bound	>=		
16		Upper bound	<=		

解析後のSIMXPOモデル

次は、SMOOTHという同じ方法を使って2年間のデータから分析をする他のサンプルです。

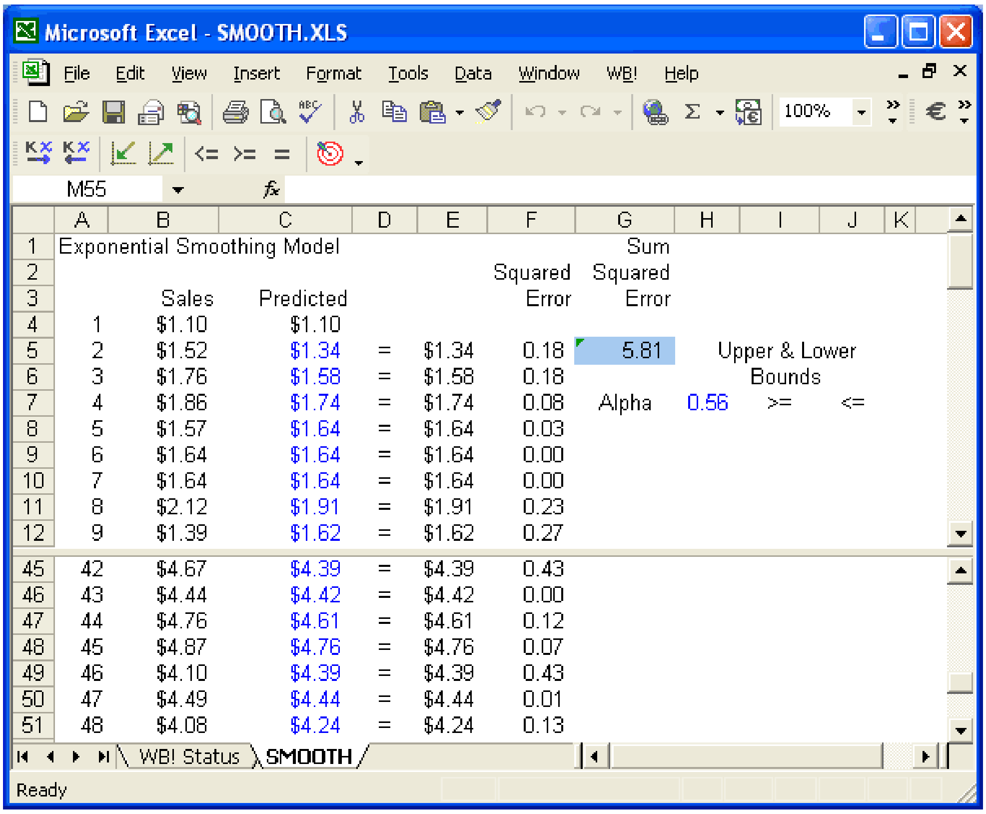


Microsoft Excel - SMOOTH.XLS

	A	B	C	D	E	F	G	H	I	J
1	Exponential Smoothing Model						Sum			
2						Squared	Squared			
3		Sales	Predicted			Error	Error			
4	1	$1.10	$1.10							
5	2	$1.52	$0.00	Not =	$1.10	0.18	408.49		Upper & Lower	
6	3	$1.76	$0.00	=	$0.00	3.10			Bounds	
7	4	$1.86	$0.00	=	$0.00	3.46	Alpha	0.00	Not >=	<=
8	5	$1.57	$0.00	=	$0.00	2.46				
9	6	$1.64	$0.00	=	$0.00	2.69				
10	7	$1.64	$0.00	=	$0.00	2.69				
11	8	$2.12	$0.00	=	$0.00	4.49				
12	9	$1.39	$0.00	=	$0.00	1.93				
45	42	$4.67	$0.00	=	$0.00	21.81				
46	43	$4.44	$0.00	=	$0.00	19.71				
47	44	$4.76	$0.00	=	$0.00	22.66				
48	45	$4.87	$0.00	=	$0.00	23.72				
49	46	$4.10	$0.00	=	$0.00	16.81				
50	47	$4.49	$0.00	=	$0.00	20.16				
51	48	$4.08	$0.00	=	$0.00	16.65				

解析後のSMOOTHモデル

解は次のようになる。



	A	B	C	D	E	F	G	H	I	J
1	Exponential Smoothing Model						Sum			
2						Squared	Squared			
3		Sales	Predicted			Error	Error			
4	1	$1.10	$1.10							
5	2	$1.52	$1.34	=	$1.34	0.18	5.81		Upper & Lower	
6	3	$1.76	$1.58	=	$1.58	0.18			Bounds	
7	4	$1.86	$1.74	=	$1.74	0.08	Alpha	0.56	>=	<=
8	5	$1.57	$1.64	=	$1.64	0.03				
9	6	$1.64	$1.64	=	$1.64	0.00				
10	7	$1.64	$1.64	=	$1.64	0.00				
11	8	$2.12	$1.91	=	$1.91	0.23				
12	9	$1.39	$1.62	=	$1.62	0.27				
45	42	$4.67	$4.39	=	$4.39	0.43				
46	43	$4.44	$4.42	=	$4.42	0.00				
47	44	$4.76	$4.61	=	$4.61	0.12				
48	45	$4.87	$4.76	=	$4.76	0.07				
49	46	$4.10	$4.39	=	$4.39	0.43				
50	47	$4.49	$4.44	=	$4.44	0.01				
51	48	$4.08	$4.24	=	$4.24	0.13				

解析後のSMOOTHモデル

7.13　線形化オプション：工事費用の見積

ファイル名：LINEARZ　　　モデルタイプ：LP/NLP

概要

この例は、工事費を見積るモデルをどのように生成するかを線形化オプション（WB!など）を用いて説明する。このモデルは、非線形・線形と分類されている。このモデル自体は非線形で定式されているが、線形と同等な式で表わされている。

①　問題

住宅建設を専門としている請負業者が、新築住宅開発に携わる仕事を入札するチャンスを得ました。理にかなった入札額を提示すためには、期待原価を1軒単位で計算してください。過去の経験から、坪数（平方フィート)、寝室の数、トイレの数、の3つの要因が建築費用を主に決定することが分かっている。

全費用と3つの要因の間に線形関係が成り立つと想定し、次の式ができました。

全費用= β_1+(β_2*平方フィート)+(β_3*寝室)+(β_4*トイレ)　　　(i)

そして、過去のデータは次の表にまとめられている。

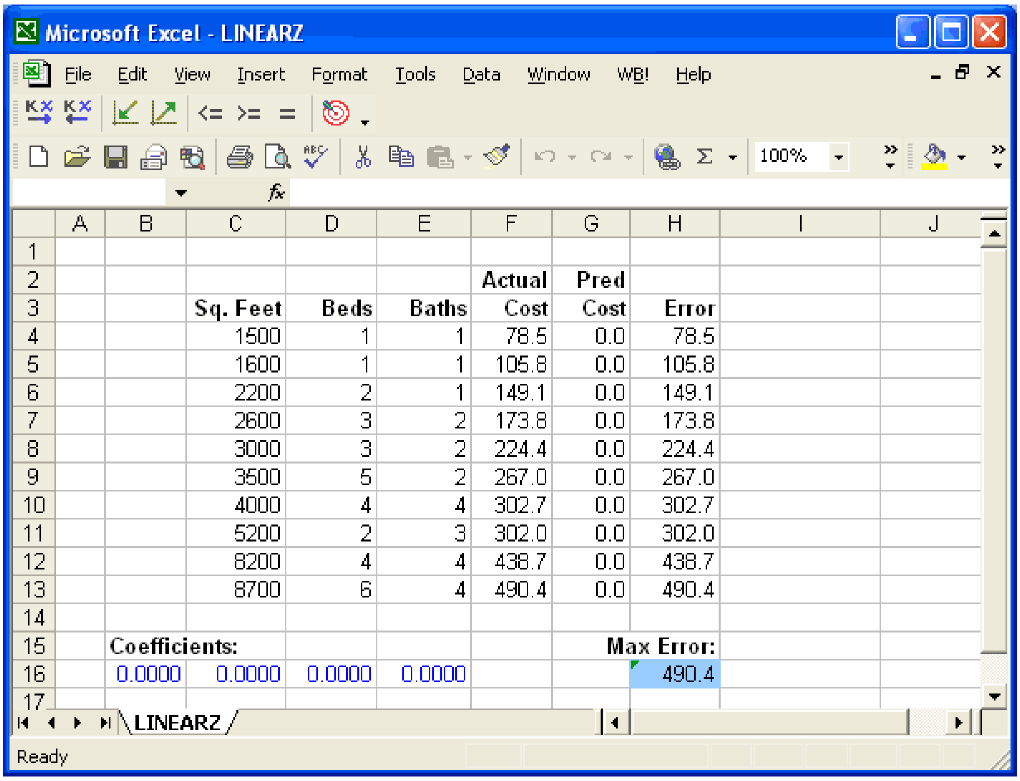
平方フィート	寝室	トイレ	費用(千＄単位)
1500	1	1	78.5
1600	1	1	105.8
2200	2	1	149.1
2600	3	2	173.8
3000	3	2	224.4
3500	5	2	267
4000	4	4	302.7
5200	2	3	302
8200	4	4	438.7
8700	6	4	490.4

②　目的関数セル

過去のデータを使って、iの式のβ係数（β_1、β_2、β_3、β_4）を概算する。そして、信頼性が低い判断材料を避けます。よって、モデルの目的関数は費用概算の最大誤差を最小化することです。このデータに線形関数を適合させることを直線回帰という。

②　　ワークシート

LINEARZモデルをみてみよう。



Microsoft Excel - LINEARZ

	B	C	D	E	F	G	H
2					Actual	Pred	
3		Sq. Feet	Beds	Baths	Cost	Cost	Error
4		1500	1	1	78.5	0.0	78.5
5		1600	1	1	105.8	0.0	105.8
6		2200	2	1	149.1	0.0	149.1
7		2600	3	2	173.8	0.0	173.8
8		3000	3	2	224.4	0.0	224.4
9		3500	5	2	267.0	0.0	267.0
10		4000	4	4	302.7	0.0	302.7
11		5200	2	3	302.0	0.0	302.0
12		8200	4	4	438.7	0.0	438.7
13		8700	6	4	490.4	0.0	490.4
15	Coefficients:					Max Error:	
16	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000			490.4

最適化前のLINEARZモデル

A. 修正可能セルの決定

修正可能セルは、β係数です。最大予測誤差を最小にする係数値を探さなければなりません。ここには4つのβ係数があるので、4つの修正可能セル（B16:E16）を作ります。B16は切片係数、C16は平方フィートの係数、D16は寝室の数を表わす係数、そしてE16はトイレの数を表わす係数です。

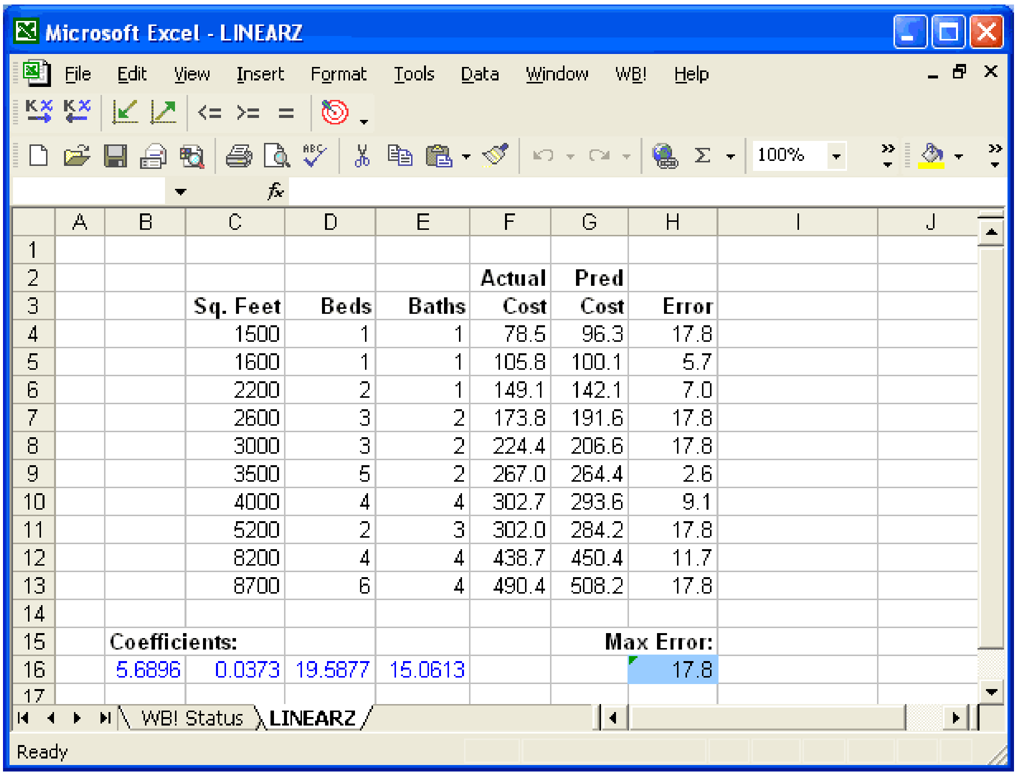
B. ベストセルの定義

H16（MAX(H4:H13)）で計算される最大誤差を最小化する。H4:H13には、過去の費用から割り出した予測されるエラーの値を含みます。これは、実費用（F4）から予想費用（G4）を引いたものです。これで予測エラーを計ることができる。H16は単に観測されたエラーで最大のものを表わす。これが目的関数値で、WB!はこれを最小化する。

C. 制約式の指定

これは、制限のある資源を一切使わないため、制約式がない、珍しいモデルです。

問題を解いてみよう。解析後、WB!Statusワークシートが追加され、「No Constraint Functions」というワーニングが表示される。このようなモデルを解く場合、〔Status Report〕のオプションでディスプレーの再生を止めないように設定したほうがよいかもしれない。解析の結果、次のようになった。



	Sq. Feet	Beds	Baths	Actual Cost	Pred Cost	Error
	1500	1	1	78.5	96.3	17.8
	1600	1	1	105.8	100.1	5.7
	2200	2	1	149.1	142.1	7.0
	2600	3	2	173.8	191.6	17.8
	3000	3	2	224.4	206.6	17.8
	3500	5	2	267.0	264.4	2.6
	4000	4	4	302.7	293.6	9.1
	5200	2	3	302.0	284.2	17.8
	8200	4	4	438.7	450.4	11.7
	8700	6	4	490.4	508.2	17.8
Coefficients:					Max Error:	
5.6896	0.0373	19.5877	15.0613			17.8

解析後のLINEARZモデル

次の式によって、最適解が最大エラー17.8であることが分かりました。

総費用 =5.6896＋(0.0373*平方フィート)＋(19.5877*寝室)＋(15.0613*トイレ)

線形化

このモデルは、誤差項と目的関数値を計算するために、それぞれABS () とMAX () 関数を用いた結果、非線形となっている。ABS () とMAX () は両方連続的に微分可能でないという点で非線形ソルバーが必要な問題を作ることができる。これらの関数のグラフには色々な点で非線形ソルバーには見えない「折れ曲がり」がある。このモデルに変数や制約を加え、線形化することもできるが、相当な努力が必要となる。しかし、WB!の線形化オプションは、これを自動的に行う。

説明のために、このモデルの線形化オプションをオフ (None) の状態とオン(Maximum)の状態で2度解いてみます。解析ごとに修正可能セルを「0」に設定しなおす。結果は次の表にまとめました。

線形化オプション:	オフ	オン
Adjustables	4	105
Constraints	0	71
Integers	0	30
Optimizable	24	126
Nonlinear	20	0
Solution Time(seC)	21	<1

見ての通り、修正可能セルは 4 から 105 に増え、制約は 0 から 71、整数は 0 から 30 という具合に、このモデルは線形化オプションをオンにした場合の方が大幅に大きくなる。しかし、ここで重要なのは非線形式が 20 から 0 になったことです。よって、線形化オプションが全ての非線形式をモデルから取り除いたことになる。これで、より早く、正確な線形ソルバーを用い、解析にかかる時間を 21 秒から 1 秒以下にし、大域的最適解を得ることができた。このように、モデルの非線形性を取り除くことができれば、解析時間は劇的に短縮される。線形化オプションについて詳しくは 4 章、線形化の過程についての詳細は 7 章、そして自動的に線形化できる関数については 6 章を参照。

7.14　ストラティファイド（層別）・サンプリング

ファイル名：SAMPLE　モデルタイプ：NLP

概要

この種のモデルは、最適な統計サンプリングを行う必要のあるときに役立ちます。意識調査や市場調査は、この種のモデルが用いる2つの分野です。

①　問題

ある電化製品製造業の市場調査部門で働いているあなたは、あなたの製品を購入する消費者の傾向をつかまなければなりません。ここで、一番小さなサンプル（最小費用）で、最も信頼性ある結果を与える2つの母集団の平均を決めなければなりません。誤差を減らすため、母集団を収入で分け、次の2つの質問をする。

・翌年に、どのくらいの金額を電化製品の購入にあてますか。

・わが社の商品の購入の可能性を、1から100の段階で答えて下さい。

②　背景

母集団データは次の通りです。

階層	収入による分類	人数	質問 1	質問 2
1	$50,001 +	400,000	5	1
2	$35,001 - $50,000	300,000	5	2
3	$22,501 - $35,000	200,000	5	4
4	$22,500 以下	100,000	5	8

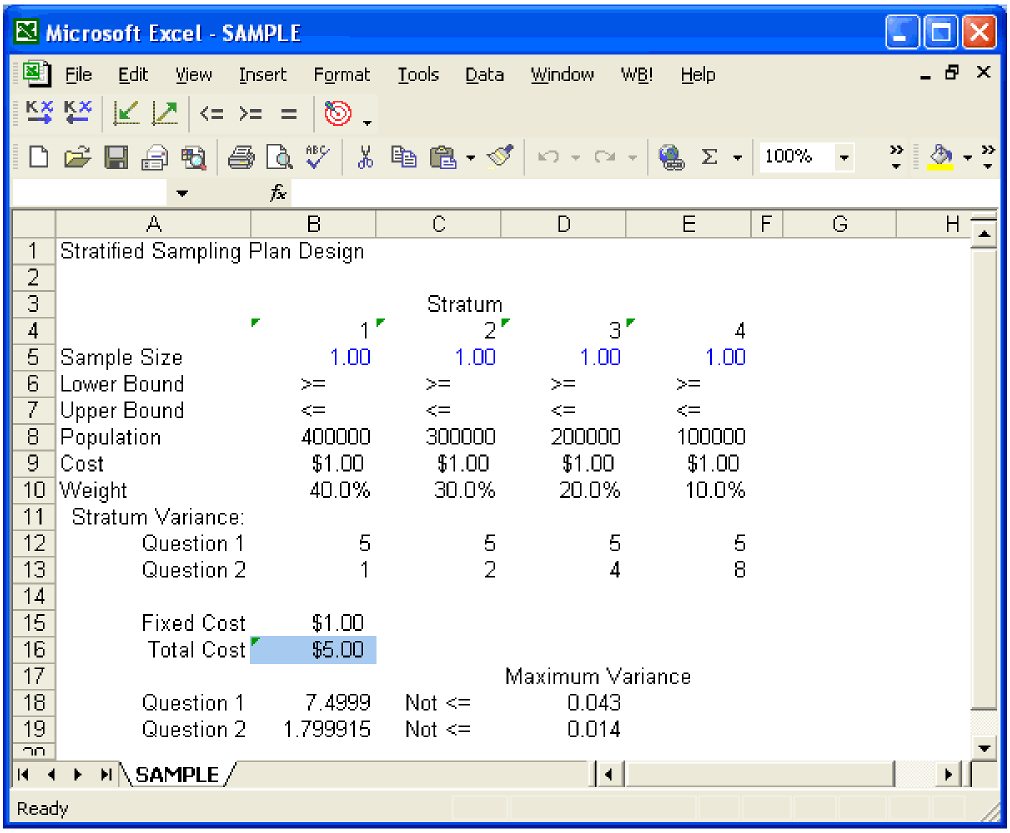
2つのサンプルの平均分散の上限を決定した。また、この質問から各サンプルの分散が分かった。

③　目的関数セル

目的関数は、サンプルにかかる費用を最小限に抑え、各層の最適なサンプルサイズを決定する。

③　ワークシート

SAMPLEファイルを見てみよう。



	A	B	C	D	E
1	Stratified Sampling Plan Design				
2					
3			Stratum		
4		1	2	3	4
5	Sample Size	1.00	1.00	1.00	1.00
6	Lower Bound	>=	>=	>=	>=
7	Upper Bound	<=	<=	<=	<=
8	Population	400000	300000	200000	100000
9	Cost	$1.00	$1.00	$1.00	$1.00
10	Weight	40.0%	30.0%	20.0%	10.0%
11	Stratum Variance:				
12	Question 1	5	5	5	5
13	Question 2	1	2	4	8
14					
15	Fixed Cost	$1.00			
16	Total Cost	$5.00			
17				Maximum Variance	
18	Question 1	7.4999	Not <=	0.043	
19	Question 2	1.799915	Not <=	0.014	

解析前のSAMPLEモデル

A. 修正可能セルの決定

修正可能セルは(B5：E5)です。各層のサンプルサイズを表わす。

B. ベストセルの定義

ベストセルは、セルB16のサンプルにかかる費用の最小化です。ここには次の式が入っている。固定費用（この例では$1.00）＋Σ（サンプルサイズ）×（費用／サンプル）

C. 制約式の指定

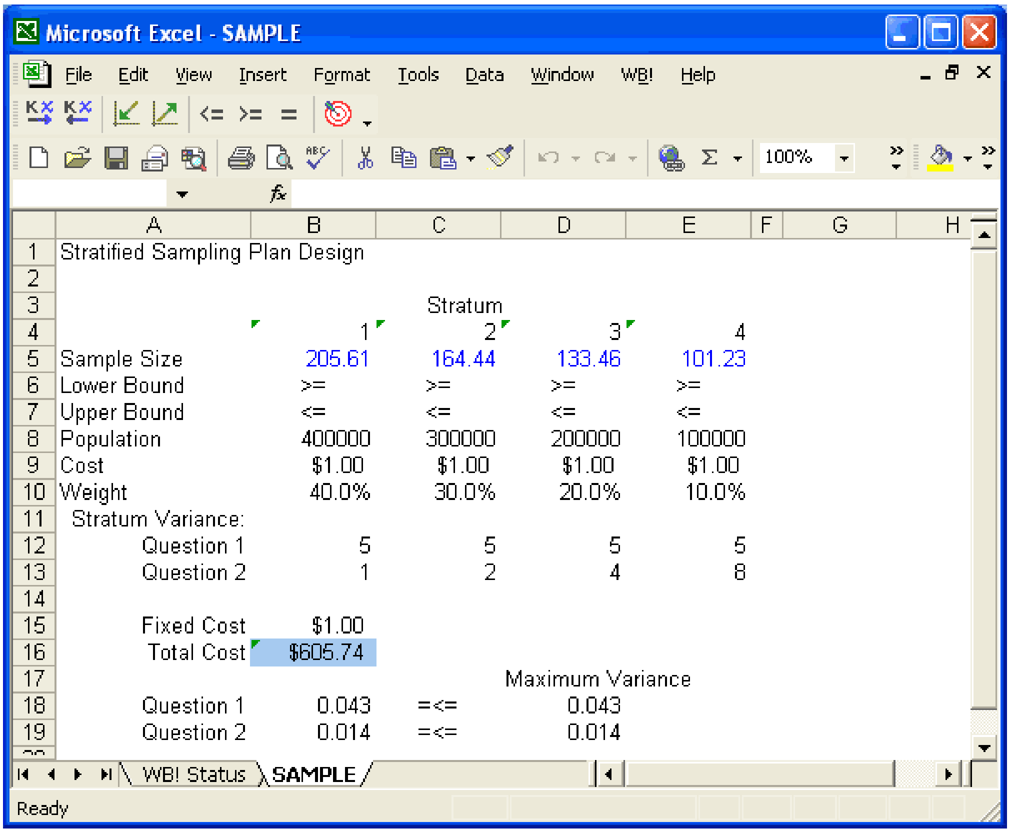
このモデルには、4つの制約式がある。（B6：E6）の制約により、標本サイズの下限値が0.001と制限されている。こうすることで0で割ると発生するエラーが避けられます。(B7：E7)の制約は、サンプルサイズが、属する母集団のサイズを超えないことを要求している。

C18とC19では、2つの測定された特徴量の分散が、信頼ある推定値を得るため上限を持っている。分散は、B18とB19で計算される。例えば、B18の分散は次のようになる。

($B$10^2*B12^2)/$B$5+($C$10^2*C12^2)/$C$5+($D$10^2*D12^2)/$D$5+($E$10^2*E12^2)/$E$5−($B$10*B12^2/$B$8+$C$10*C12^2/$C$8+$D$10*D12^2/ $D$8+$E$10*E12^2/$E$8)

すなわち、各層で、「（重み）^{2}×（分散）^{2}／サンプル数」になり、結果は充足される。そしてその値から、「各層で（重み）×（分散）^{2}／母集団数」が引かれます。

この式は、「Sampling Techniques, W.G. Cochran, 2nd Ed.,Wiley, New York,1963」からの引用です。さあ、問題を解いてみよう。解析後、WB!Statusワークシートが追加され、「Nonlinearity Present」というワーニングが表示される。これは、〔General | Optins〕ダイアログ・ボックスでオフに設定できる。解析後のモデルは次のような結果を示す。



	A	B	C	D	E
1	Stratified Sampling Plan Design				
2					
3			Stratum		
4		1	2	3	4
5	Sample Size	205.61	164.44	133.46	101.23
6	Lower Bound	>=	>=	>=	>=
7	Upper Bound	<=	<=	<=	<=
8	Population	400000	300000	200000	100000
9	Cost	$1.00	$1.00	$1.00	$1.00
10	Weight	40.0%	30.0%	20.0%	10.0%
11	Stratum Variance:				
12	Question 1	5	5	5	5
13	Question 2	1	2	4	8
14					
15	Fixed Cost	$1.00			
16	Total Cost	$605.74			
17				Maximum Variance	
18	Question 1	0.043	=<=	0.043	
19	Question 2	0.014	=<=	0.014	

結果から、設定された許容範囲内で、信頼性のある結果を得る最小のサンプル・サイズが得た。このデータは、市場調査計画の成果を得るために用いる。あるいは、翌年度の生産量の決定に用いる。

7.15　車の価格

ファイル名：PRICING　　モデルタイプ：NLP

①　問題

5 つの工場で、独自の価格と燃費を持つ 3 種の車を作っている。あるモデルの売上が増えると、他のモデルの売上が減少する。また、各モデルは、5 つの工場の生産能力で競合する。連邦政府は、全生産における平均“fleet”マイレージ”に上限を課している。それは、低いマイレージの車ほど望ましい販売へとつながります。5 つの工場での利益を、1 ガロンあたり 24 マイルという連邦政府が義務付けた“fleet”ガスマイレージ内におさめて最大化するよう、3 車種の価格を決める必要がある。

②　背景

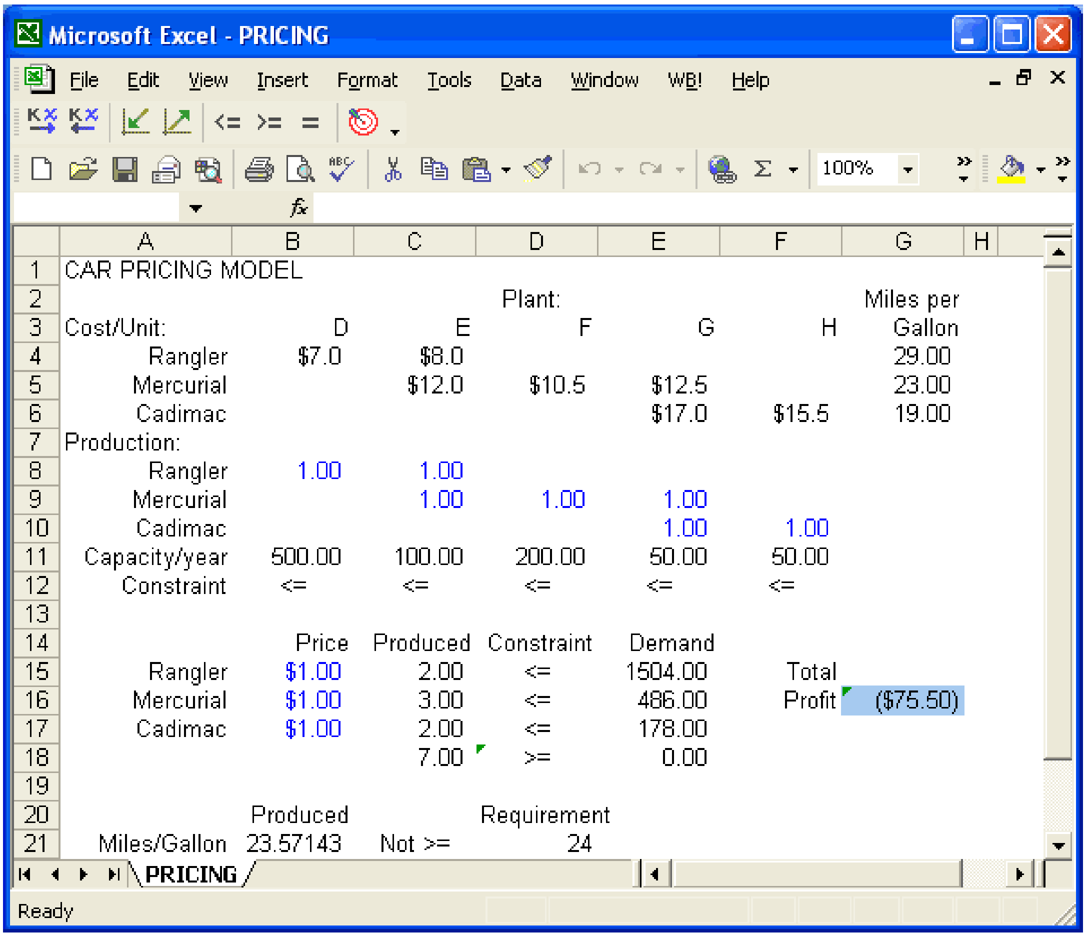
各工場の 3 車種の製造費用、各モデルの 1 ガロン当たりのマイル、各工場の年間生産能力が分かっている。又、経済学者によって、需要曲線と呼ばれるモデル間の（価格－数量）関係が分かっている。

③　目的関数セル

目的関数は、3車種の最良価格を決定し、全ての規制と制約を満たし利益を最大化することです。

④　ワークシート

PRICINGファイルを見てみよう。


Microsoft Excel - PRICING

	A	B	C	D	E	F	G
1	CAR PRICING MODEL						
2				Plant:			Miles per
3	Cost/Unit:	D	E	F	G	H	Gallon
4	Rangler	$7.0	$8.0				29.00
5	Mercurial		$12.0	$10.5	$12.5		23.00
6	Cadimac				$17.0	$15.5	19.00
7	Production:						
8	Rangler	1.00	1.00				
9	Mercurial		1.00	1.00	1.00		
10	Cadimac				1.00	1.00	
11	Capacity/year	500.00	100.00	200.00	50.00	50.00	
12	Constraint	<=	<=	<=	<=	<=	
13							
14		Price	Produced	Constraint	Demand		
15	Rangler	$1.00	2.00	<=	1504.00	Total	
16	Mercurial	$1.00	3.00	<=	486.00	Profit	($75.50)
17	Cadimac	$1.00	2.00	<=	178.00		
18			7.00	>=	0.00		
19							
20		Produced		Requirement			
21	Miles/Gallon	23.57143	Not >=	24			

解析前のPRICINGモデル

A.修正可能セルの決定

　モデルの修正可能セルは、各工場で生産される各モデルの数量(B8：F10)と、B15：B17 に入っている 1 台当たりの価格（千$単位）です。

B.ベストセルの定義

　ベストセルは、G16 の総利益の最大化です。式は次の通りです。

SUMPRODUCT(C15：C17,B15：B17)-(B4*B8+C4*C8+C5*C9+D5*D9+E5*E9+E6*E10+F6*F10)

これは、（利益－生産費）です。

C.制約式の指定

　3つの制約は、次の通りです。B12：F12で、各工場の年間生産台数（各工場での各モデルの合計）が、工場の生産能力を超えないよう制約されている。例えば、工場Dの制約を表す式はB12に次のように入力する。

WB(SUM(B8：B10),”<=“,B11)

　D15：D17 で、C15：C17 に入っている各自動車の生産量が、モデルの需要曲線 E15：E17 に示される数量より大きくならないように制約されている。E16 の Mercurial の需要曲線は

495-13*B16+3*B15+B17

3 つの需要曲線は、互いに依存している。あるモデルの販売は他の 2 つの需要に影響する。

　最終的には C20 に、制約式 WB(B20,”>=“,D20)が含まれ、生産された全車種の平均マイル／ガロンを少なくとも 24 以上になるよう制約している。

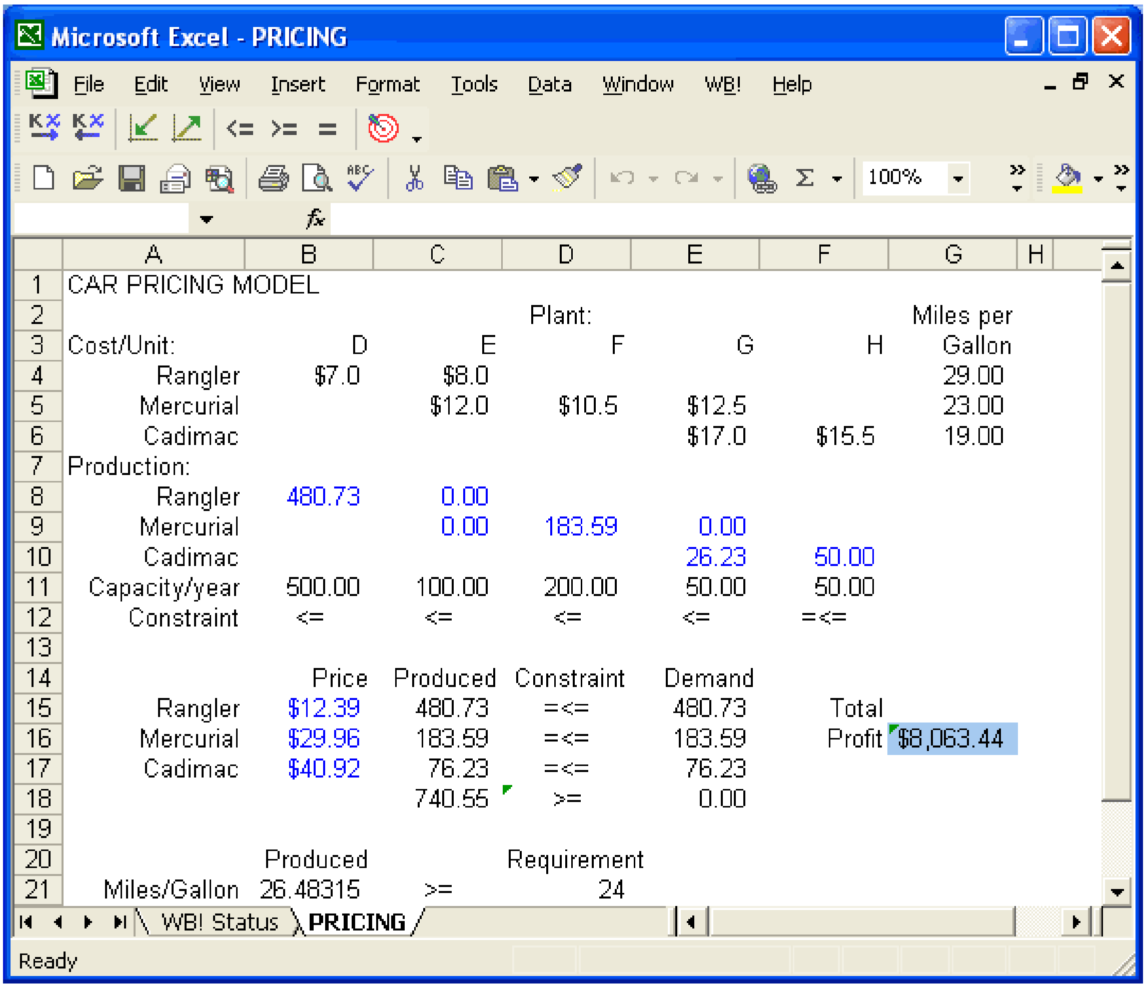
　B20 には次の式が入ります。

SUMPRODUCT(G4：G6,C15：C17)/SUM(C15：C17)

注:　連邦の基準は、マイル／ガロンを使用している。正確性を重視するため、制約はガロン／マイルで表す方がよいでしょう。

　モデルを解いてみよう。解析後、WB!Status ワークシートが追加され、「Nonlinearlity present」というワーニングが表示される。これは、〔General Options〕ダイアログ・ボックスよりオフに設定できる。

　モデルを解くと、次の解が得られる。



	A	B	C	D	E	F	G
1	CAR PRICING MODEL						
2				Plant:			Miles per
3	Cost/Unit:	D	E	F	G	H	Gallon
4	Rangler	$7.0	$8.0				29.00
5	Mercurial		$12.0	$10.5	$12.5		23.00
6	Cadimac				$17.0	$15.5	19.00
7	Production:						
8	Rangler	480.73	0.00				
9	Mercurial		0.00	183.59	0.00		
10	Cadimac				26.23	50.00	
11	Capacity/year	500.00	100.00	200.00	50.00	50.00	
12	Constraint	<=	<=	<=	<=	=<=	
13							
14		Price	Produced	Constraint	Demand		
15	Rangler	$12.39	480.73	=<=	480.73	Total	
16	Mercurial	$29.96	183.59	=<=	183.59	Profit	$8,063.44
17	Cadimac	$40.92	76.23	=<=	76.23		
18			740.55	>=	0.00		
19							
20		Produced		Requirement			
21	Miles/Gallon	26.48315	>=	24			

最適化後のワークシート

7.16　広告媒体の購入

ファイル名：MEDIA　モデルタイプ：LP

概要

広告媒体の選択（購入）とは、最も効果的な広告媒体の組み合わせを選ぶことにより、望ましいレベルの広告効果を得る最善の方法を見つけることです。少額の予算でも選択できる広告は何千もあるので、最も効果的なものを選ばなければなりません。

WB!は、広告媒体の選択を自然に分析する方法を提供する。制約に従い、視聴者数を最大化する広告媒体の組み合わせを見つける。制約には、広告予算、媒体の最小と最大の利用率、最低限獲得したい視聴者数などがある。WB!の大きな利点は、条件を変更してもそれをすぐに実行し、新しい計画に反映させることができることです。

①　問題

最低限獲得したい視聴者数を満たす宣伝法を選び、その費用を最小化する。

②　背景

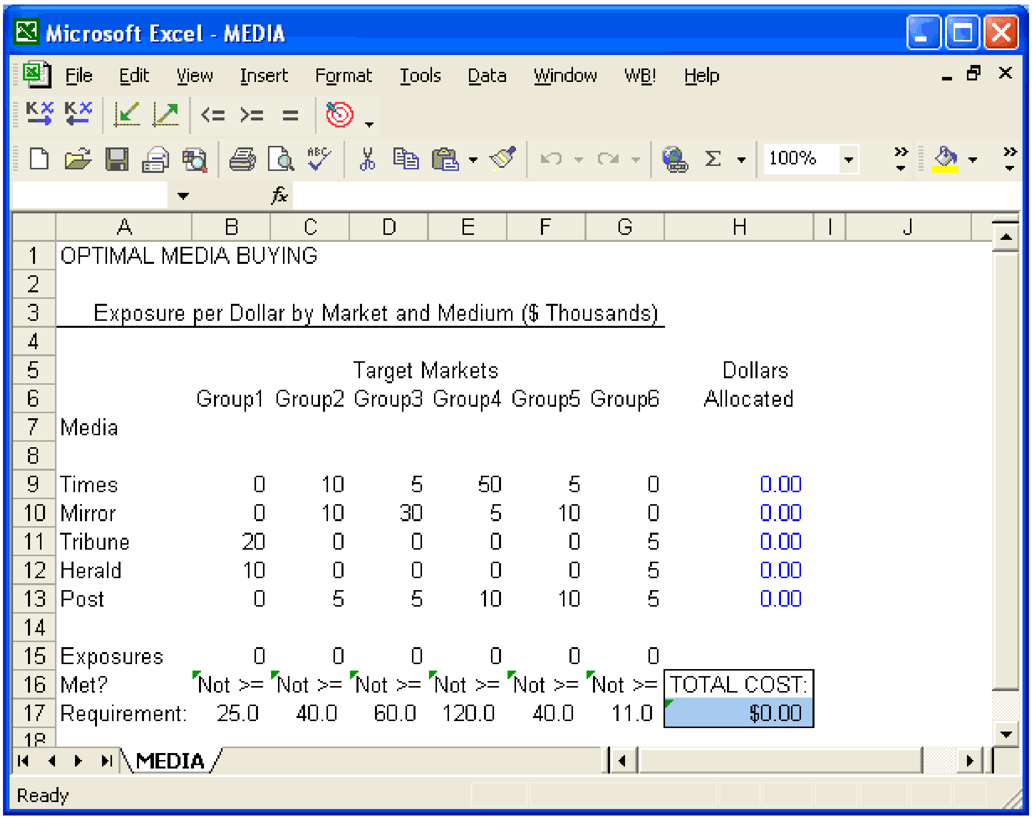
広告代理店が目標とするグループ 1 から 6 までの 6 つの市場があり、それぞれ最低限獲得したい視聴率がある。タイム、ミラー、トリビューン、ヘラルドとポストの 5 つの異なった媒体があり、それぞれ異なった広告費用がかかる。各媒体の異なったターゲットグループに対する 1 ドルあたりの視聴率が分かっている。

③　目的関数セル

目的関数は、最小限の広告費用で、どの媒体をどれ位用いるかです。

⑤　ワークシート

MEDIAファイルを見てみよう。



	A	B	C	D	E	F	G	H
1	OPTIMAL MEDIA BUYING							
2								
3	Exposure per Dollar by Market and Medium ($ Thousands)							
4								
5				Target Markets				Dollars
6		Group1	Group2	Group3	Group4	Group5	Group6	Allocated
7	Media							
8								
9	Times	0	10	5	50	5	0	0.00
10	Mirror	0	10	30	5	10	0	0.00
11	Tribune	20	0	0	0	0	5	0.00
12	Herald	10	0	0	0	0	5	0.00
13	Post	0	5	5	10	10	5	0.00
14								
15	Exposures	0	0	0	0	0	0	
16	Met?	Not >=	Not >=	Not >=	Not >=	Not >=	Not >=	TOTAL COST:
17	Requirement:	25.0	40.0	60.0	120.0	40.0	11.0	$0.00

解析前のMEDIAモデル

1ドルあたりの視聴率は、B9：G13に入力する。各媒体は、色々なターゲットグループに対して、1ドルあたりの視聴率が決まっていることに注意して下さい。B15からG15は、各目標グループに対する最低限必要な視聴率です。

A.修正可能セルの決定

修正可能セルは、各媒体に使われる広告費用(H9からH13)です。

B.ベストセルの定義

ベストセルでは、最小の費用で視聴率の要求を満たす値を探す。目的関数セル（H17）にカーソルをおいて下さい。各媒体に使われる費用が変わると、費用合計に直接影響する。

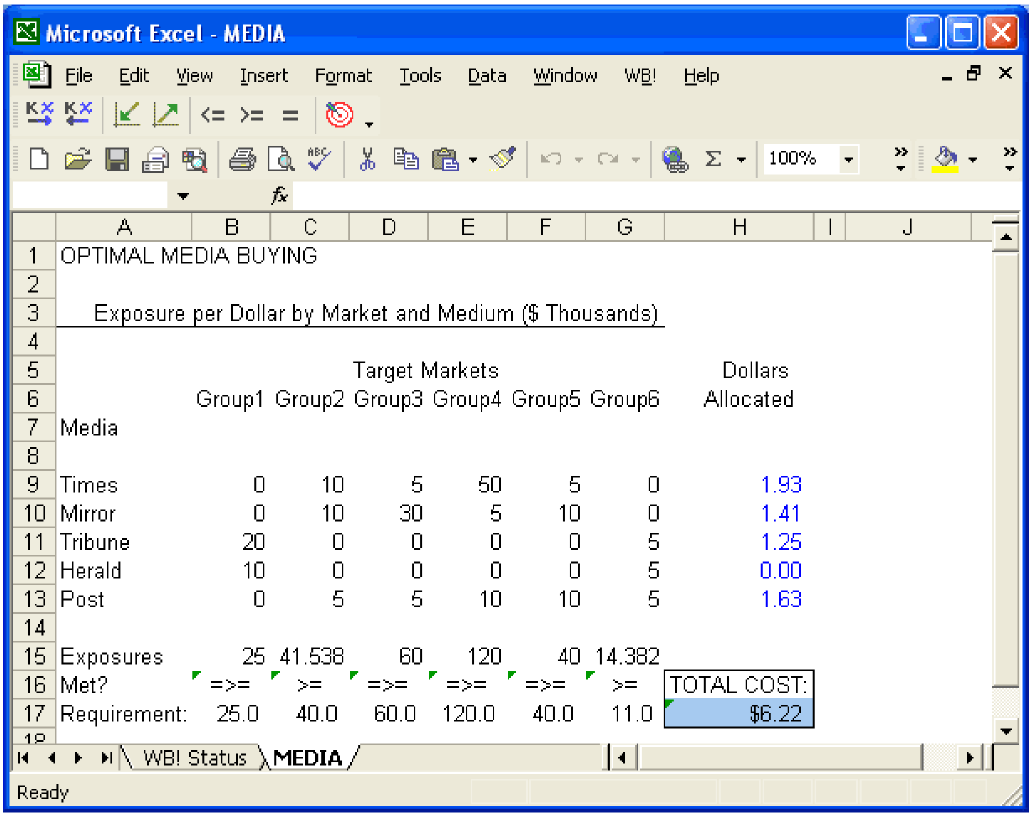
C.制約式の指定

最小視聴率の要求に達することが条件です。B17：G17 の Exposures 行は、各媒体に使われた広告費用による目標グループ毎の視聴率の合計です。Met? のタイトルのついた行(B16:G16)は、これらの値が B15:G16 の値以上になることを強制している。

What IF 対 WB!

H9 から H13 に示された広告費用を修正することで、表計算ソフトを用いた通常の What IF?分析が行える。セル B16：G16 が>=または=>=になると、満足解が得られる。総費用（H18）を最小化し、全ての要求を満足する何らかの解を見つけて下さい。解を見つけたら、総費用を書き留めて下さい。そして WB!で解

いてみよう。



	A	B	C	D	E	F	G	H
1	OPTIMAL MEDIA BUYING							
2								
3	Exposure per Dollar by Market and Medium ($ Thousands)							
4								
5				Target Markets				Dollars
6		Group1	Group2	Group3	Group4	Group5	Group6	Allocated
7	Media							
8								
9	Times	0	10	5	50	5	0	1.93
10	Mirror	0	10	30	5	10	0	1.41
11	Tribune	20	0	0	0	0	5	1.25
12	Herald	10	0	0	0	0	5	0.00
13	Post	0	5	5	10	10	5	1.63
14								
15	Exposures	25	41.538	60	120	40	14.382	
16	Met?	=>=	>=	=>=	=>=	=>=	>=	TOTAL COST:
17	Requirement:	25.0	40.0	60.0	120.0	40.0	11.0	$6.22

WB!の解は、$6,220 です。グループ 2 と 6 の 2 つのターゲット市場には視聴率に余裕があるようです。ヘラルドは、1 ドルあたり視聴率が 15 しかなく、得ではないため広告はだしません。

D.　双対価格

H9：H13 に双対変数を与えることができる。この例の最適解ではヘラルドには広告を出さないという結果になった。〔Advanced|Dual〕コマンドを用いると、ヘラルドに$1,000 使うと、総費用が$6,220 にさらに$500 増えることが分かる。

7.17　多期間在庫管理

ファイル名：INVENT　モデルタイプ：LP

概要

もしある製品が限られた材料で作られており、それを在庫に保存するのに特別で高額な設備を必要とする場合、どうすれば良いでしょう。このような状態は、費用がかさむため需要を満たす十分な材料を持ち、しかもなるべく在庫に保存をしなくてすむように発注し、在庫費用を節約する必要がある。もし、陳腐化しやすい材料や供給制約のある材料を用いている場合も、このような問題のカテゴリーになる。

①　問題

生産量が、13 期にわたって変化するとする。原料は、3 カ所の業者から種々の単価で購入できるが、生産計画に合うように、十分な量を持たなければなりません。在庫費用の存在により、問題の複雑さが増するが、総費用を最小化し、客先の需要を増す生産計画を立てなければなりません。どのように在庫量を決定すればよいでしょうか。どの業者に発注すべきでしょうか。

② 背景

問題は次の通りです。13 期の各需要量が分かっている。例えば、期間 1 の需要は、業者 1、2、3(D6：F6)から組み合わせて達成しなければいけない。期末の在庫(ending inventory)は、当期開始時の在庫に各ソースからの発注量を足して、それより需要を引いたものと同じである。

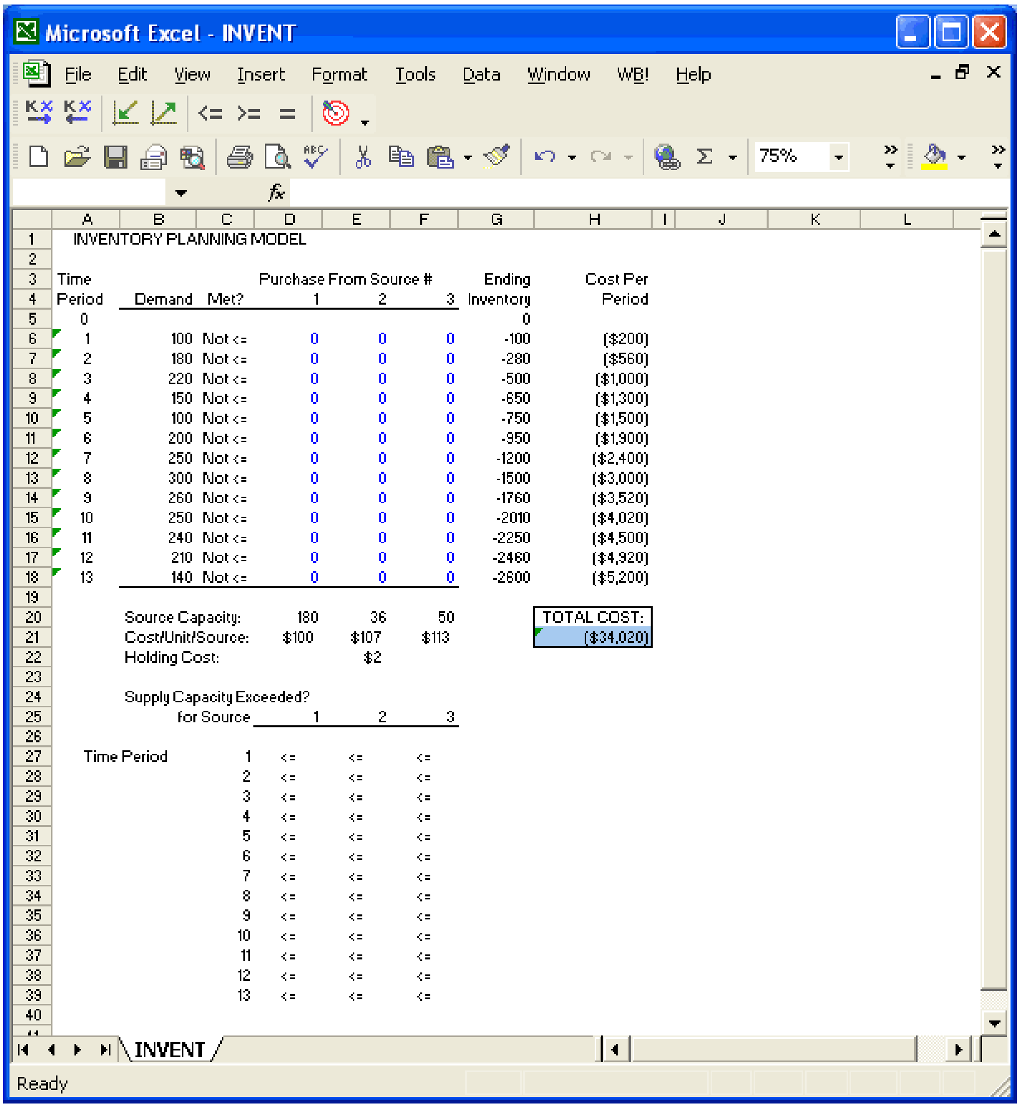
また、各期の需要を満たすだけでなく、在庫量を最小にしてください。明らかに、最小費用で提供してくれる業者1にできるだけ発注したいが、ある期の需要は業者1の供給量を超えてしまう場合もある。

③　目的関数セル

このモデルの目的関数セルは、H21の総費用の最小化です。最も少ない発注費と保管費用で顧客の需要に合致させるには、各期に業者からどれだけ購入すればよいかを決定する。

④ ワークシート

INVENTというワークシートを見て下さい。D21の費用を見ると、確かに業者1が1番良い取引相手であることが分かる。しかし、(B6：B18)の13期の需要は、180単位の上限を超えてしまう。



解析前のInventoryモデル

A. 修正可能セルの決定

修正可能セルは、各期の各業者への発注量（D6：F18）です。

B. ベストセルの定義

各期の業者への発注量の組み合わせを変えることで、H21の総費用を最小化する。式は、各期費用の合計（SUM(H6：H18)）です。各期の費用は、その期の発注費と保管費の合計です。

C. 制約式の指定

制約は2つある。各期で、需要を満たす十分な供給量を保たなければなりません。そして、3つの業者の供給可能量を超えてはいけません。

最初の制約は、C6：C18になる。C6の式を見てみよう。

WB(B6, ” <= “, G5+SUM(D6：F6))

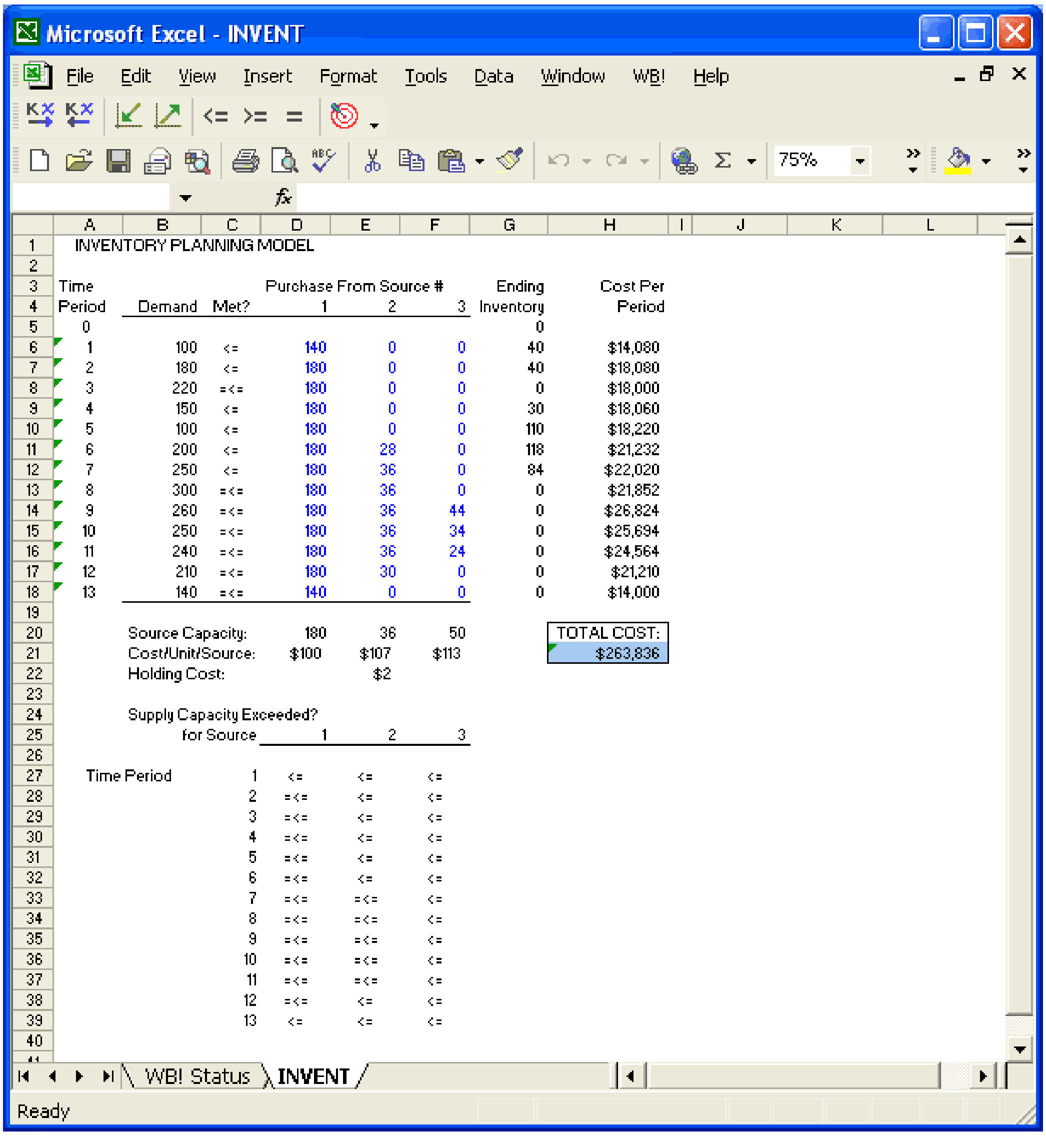
前期から持ち越された在庫(G5)が、3つの供給元からの発注量に加えられる。これらの和が、期間1(B6)

の要求より小さくてはいけません。

２つ目の制約式は、業者の供給量がその業者の能力以上になってはならない(D27：F39)ことです。

D27 には、WB(D6, ” <= “, $D$20)の式が入力する。D6 は、期間１の業者１への発注量ですが、それが D20（供給量）より大きくなってはいけません。

さあ、モデルを解いてみよう。



	A	B	C	D	E	F	G	H
1	INVENTORY PLANNING MODEL							
3	Time			Purchase From Source #			Ending	Cost Per
4	Period	Demand	Met?	1	2	3	Inventory	Period
5	0						0	
6	1	100	<=	140	0	0	40	$14,080
7	2	180	<=	180	0	0	40	$18,080
8	3	220	=<=	180	0	0	0	$18,000
9	4	150	<=	180	0	0	30	$18,060
10	5	100	<=	180	0	0	110	$18,220
11	6	200	<=	180	28	0	118	$21,232
12	7	250	<=	180	36	0	84	$22,020
13	8	300	=<=	180	36	0	0	$21,852
14	9	260	=<=	180	36	44	0	$26,824
15	10	250	=<=	180	36	34	0	$25,694
16	11	240	=<=	180	36	24	0	$24,564
17	12	210	=<=	180	30	0	0	$21,210
18	13	140	=<=	140	0	0	0	$14,000
20		Source Capacity:		180	36	50		TOTAL COST:
21		Cost/Unit/Source:		$100	$107	$113		$263,836
22		Holding Cost:			$2			
24		Supply Capacity Exceeded?						
25		for Source		1	2	3		
27	Time Period		1	<=	<=	<=		
28			2	=<=	<=	<=		
29			3	=<=	<=	<=		
30			4	=<=	<=	<=		
31			5	=<=	<=	<=		
32			6	=<=	<=	<=		
33			7	=<=	=<=	<=		
34			8	=<=	=<=	<=		
35			9	=<=	=<=	<=		
36			10	=<=	=<=	<=		
37			11	=<=	=<=	<=		
38			12	=<=	<=	<=		
39			13	<=	<=	<=		

解析後の Inventory モデル

最小の総費用は$263,836（H21）という結果でした。このモデルは、在庫問題モデルの基本です。各期の固定発注量と出荷費用をモデルに加えることにより、より現実的な計算が行える。

7.18　プロダクト・ミックス

ファイル名：PRODMIX　モデルタイプ：LP

概要

プロダクト・ミックスにおける最適化の目的関数は、希望する製品、又は作業を行う際に、「限りのある資源をどのように配分すれば最も利益があがるか」という問題を考えることです。製造会社ごとに状況は異なり、資源要求計画(MRP)で中心となる問題は、どこに労働力や、原材料、工場能力、時間を投資するかという決断です。次の生産問題も原材料から製品への加工に関するものです。農業を例にとると、土地の利用、種、水、労働力、および肥料を上手に使用することで、農場の生産を最大にすることができる。このように、プロダクト・ミックスは、より複雑なアプリケーションのブロックを構築するために使用される。

①　問題

この例では、6 種類の原材料から 6 種類の製品を作る製造会社を取り扱う。各製品は、何種類かの原材料を異なる割合で組み合わせることで製造される。

②　背景

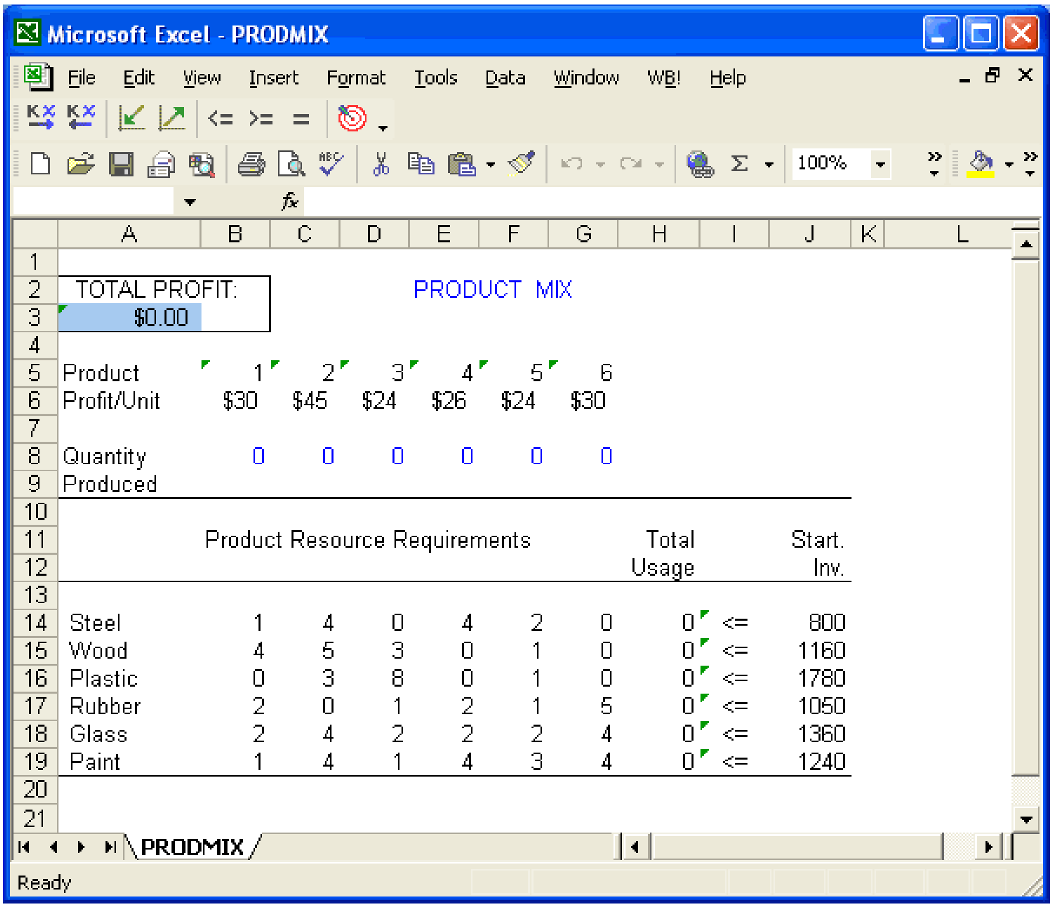
以下に示す表は、各製品の1台当りの利益とその製品を作るために必要な原材料を示す。つまり、製品2は1台あたり45ドルの利益があり、その製造には4単位の鉄、5単位の木材、3単位のプラスティック等が製造に必要であるということを示す。

③　目的関数セル

目的関数セルでは、現在の原材料の在庫を用いて生産される製品から得られる利益の最大化を計る。

④　ワークシート

PRODMIXファイルを見てみよう。



最適化前のPRODMIXワークシート

A. 修正可能セルの決定

このモデルの修正可能セル（B8：G8）には、生産する各製品の数量が出力される。

B. ベストセルの定義

A3 の「総利益」を最大化する次の計算式を考えてみてください。

SUMPRODUCT(B6：G6,B8：G8)

これは、(製品 1 の利益/単位) ＊ (製品 1 の生産量) ＋ (製品 2 の利益/単位) ＊ (製品 2 の生産量) ... と解釈する。総利益 (A3) が最高になる各製品の生産量 (B8:G8) を探す。

注： SUMPRODUCT は、他の製品をモデルに追加する作業を簡素化し、また長い式を省きます。範囲内に行を入力（付加ではない）することで、総費用の式を書き直す必要がなくなる。小規模なモデルを書く場合、SUMPRODUCT を使うよりも直接入力のほうが簡単に思えるかもしれないが、大規模な場合、もしくはモデルを大きくする場合はこれを用いるとよいでしょう。

C. 制約式の指定

この問題の制限事項 (I14:I19) は、原材料の使用総量が在庫原料の総量以下であるということです。制限事項の指定は、6 つの原材料のそれぞれ別々に指定する。例えば、I14 の WB(H14,"<=",J14)をみてみ

よう。総使用量（H14）が初期在庫量（J14）よりも少ないという制約が課されている。B14：G19 に製品の材料の要求が入っている。H14：H19 の各材料の総使用量は、製品の材料の要求によって決定される。例えば鉄の総使用量（H14）にカーソルを移動すると次の式が入っている。

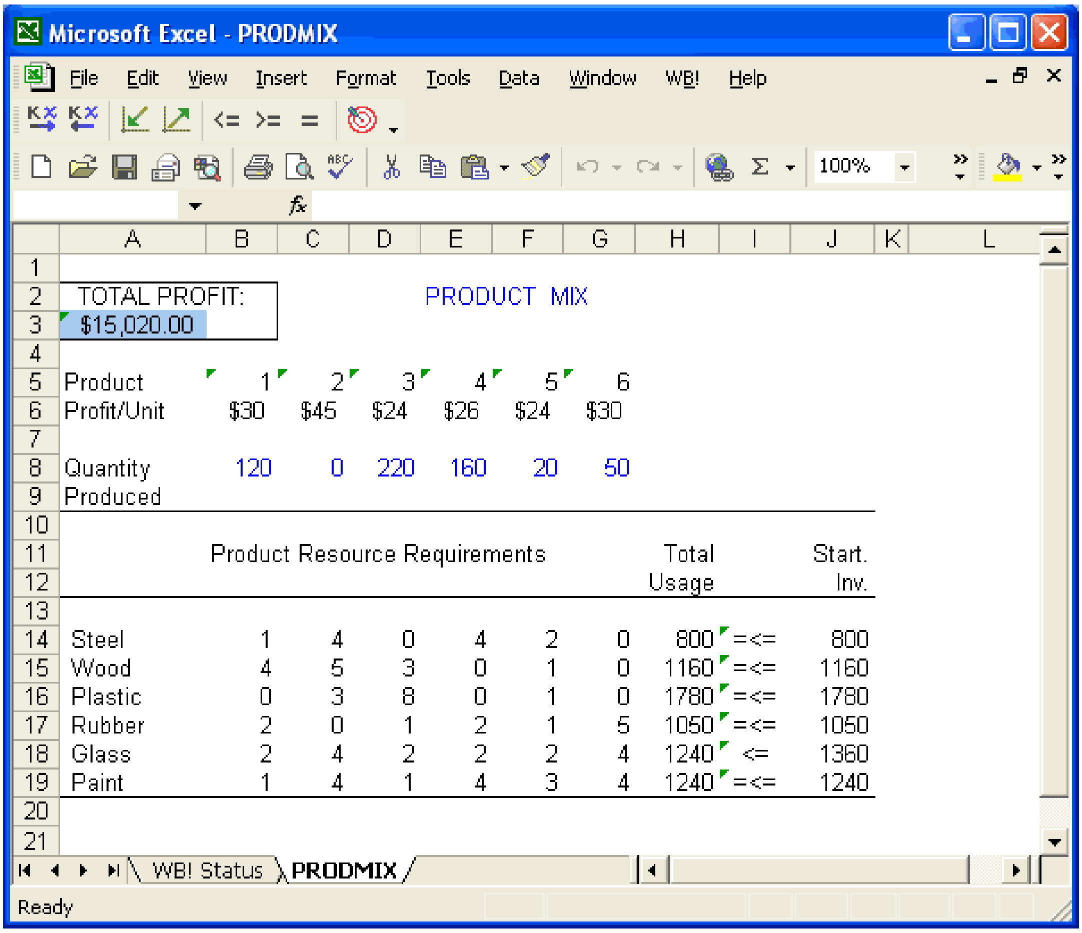
SUMPRODUCT(B14：G14,B$8：G$8)

すなわち、各製品の生産量とそれに必要な鉄の要求量の積の合計になっている。この式を H15 から H18 へコピーすれば、他の材料の合計も求まる。

What If? 対 WB!

スプレットシート上で、各製品の生産量（B8：G8）を入力および調整し、総利益（A3）を最大化してみよう。「What If?」実行中は、現在の在庫を越える数量の原材料を使用する。

原材料の在庫が 0 に近づいたら、製品資源要求リスト（B14:G19）を参照し、比較的小量の原材料で製造できる製品を見つけだしてください。製品一台あたりの利益（B6：G6）を参照し、生産増加の効果をチェックしてください。総利益（A3）を目安に推測のよしあしを判断してください。ほどよい答を見つけだしたら、総利益を書き留めておいてください。次に、最適化を試みます。



最適化後のPRODMIXワークシート

上の表から分かるように、最適な解は総利益＄15,020です。どんなに効果的に「WB!」が入手可能原材料を使用し、どんなに早くこの解を見つけだしたかに注目してください。また、いったい何台作成するよう解を出したかに注意してください。

7.19　ブロック法の構築
ファイル名：BLOC　モデルタイプ：LP

概要

　このサンプルでは、表計算ソフトを最大限に利用し、小規模なモデルを用いて大規模なアプリケーションを構築する。小さなモデルを組み合わせることで、ビジネスのたくさんの異なった角度を同時にカバーする包括的なモデルを生成できる。

①　問題

　6つの原料から6種の製品を生産できる3つの工場がある。そして、それらの工場に鉄を出荷する2つの製鉄所がある。総利益を最大化するために、各製鉄所がどの工場にどれくらいの鉄を出荷するか、そして各工場がどれくらいの製品を生産するかを決定する。

②　背景

　BLOC問題は、PRODMIX（例8.18を参照）とSHIPPING（例8.26を参照）のワークシートを合わせたものです。この問題では、幾つかの工場から得る利益を最大化しながら、幾つかの現場に原料を出荷する費用を最小化する。

　下記は、各製鉄所から各工場への出荷にかかる費用をまとめた表です。

	鉄１単位ごとの出荷費用	
	出荷先	
出荷元	製鉄所１	製鉄所２
Plant A	$2.00	$5.00
Plant B	$3.00	$4.00
Plant C	$5.00	$6.00

　製鉄所1の最大許容量は1,200で、製鉄所2の最大許容量は1,800です。各工場は、期間中最低800の在庫を保持することを定められている。実際の各工場の初期在庫は、2つの製鉄所から送られてきた量で決定される。他の5つの原材料の初期在庫量は次の通りです。

資源	手持ちの量
Wood	1,160
Plastic	1,780
Rubber	1,050
Glass	1,360
Paint	1,240

　6つの製品の利益貢献度と製品作成に必要原料は、プロダクトミックス（例8.18）と同じです。

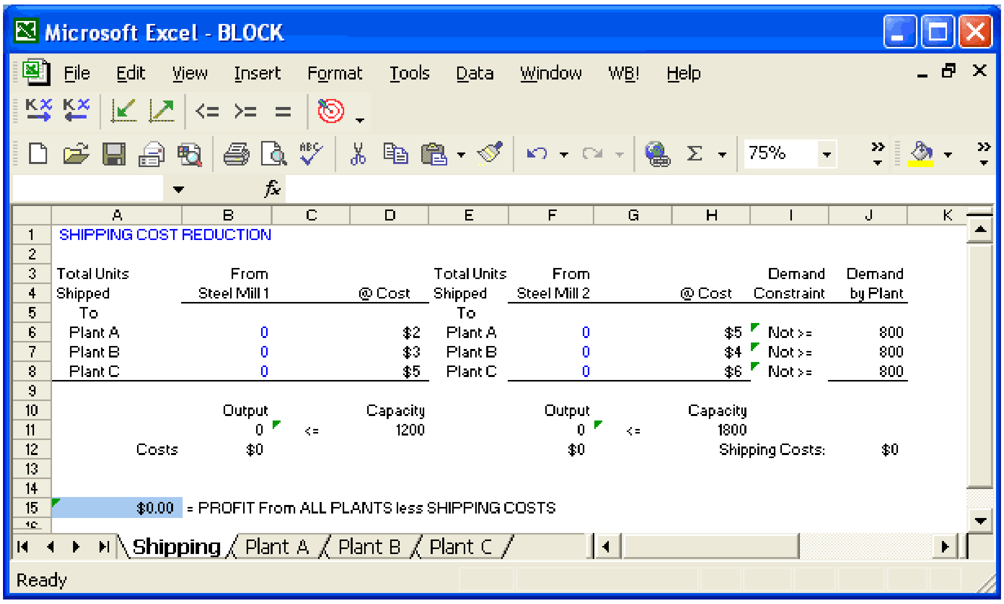
③　目的関数セル

　目的関数は、利益の最大化です。各工場の利益から出荷にかかる費用を引いた額が総利益となる。

④　ワークシート

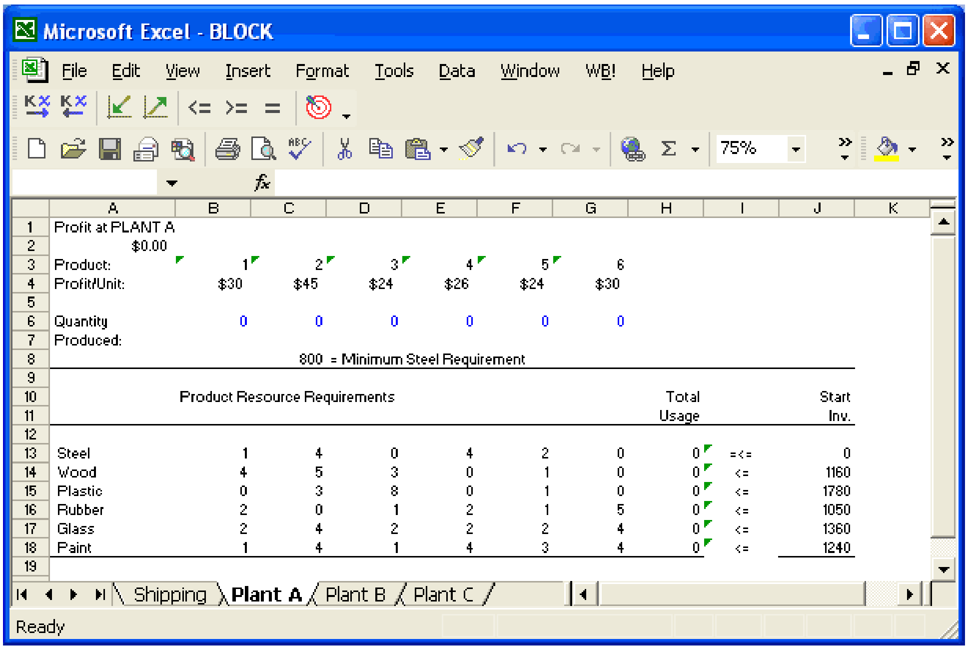
BLOCKファイルを見てみよう。

BLOCKワークシートは、SHIPPINGとPRODMIXワークシートを直接寄せ合わせたものです。輸送費用削減モデルとプロダクト・ミックスの3つのシートを組み合わせた後、4つのワークシートを1つの包括的なモデルとしてリンクさせるために、多少変更を加えました。先ず始めのワークシートは、「Shipping」で各製鉄所から各工場へ出荷された鉄の量、輸送料の小計と合計費用を表示する。



最適化前のShippingワークシート

残りの3つのワークシートは、「Plant A」、「Plant B」、「Plant C」で、各工場を表わす。原料の初期在庫量は、鉄を除いては元の問題と同じです。鉄の初期在庫量は両製鉄所から運び込まれた量の和となる。例えば、Plant AのJ13の式を見ると、=Shipping!B6＋Shipping!F6となっている。各Plantシートは、各製品の生産量、在庫の総使用量、各工場の貢献利益率が表示されている。



最適化前のPlant Aワークシート

ベストセル以外のABCは、PRODMIXとSHIPPINGと同じです。

A. 修正可能セルの決定

　修正可能セル（ShippingワークシートのB6:B8,F6:F8）は各製鉄所から各工場に運ばれる鉄の量と、各工場での各製品の生産量（Plant A, B, CワークシートのB6:G6）です。

B. ベストセルの定義

　ベストセルは、ShippingワークシートのA15にあたり、3つの工場の利益から郵送料を引いた総利益です。

C. 制約式の指定

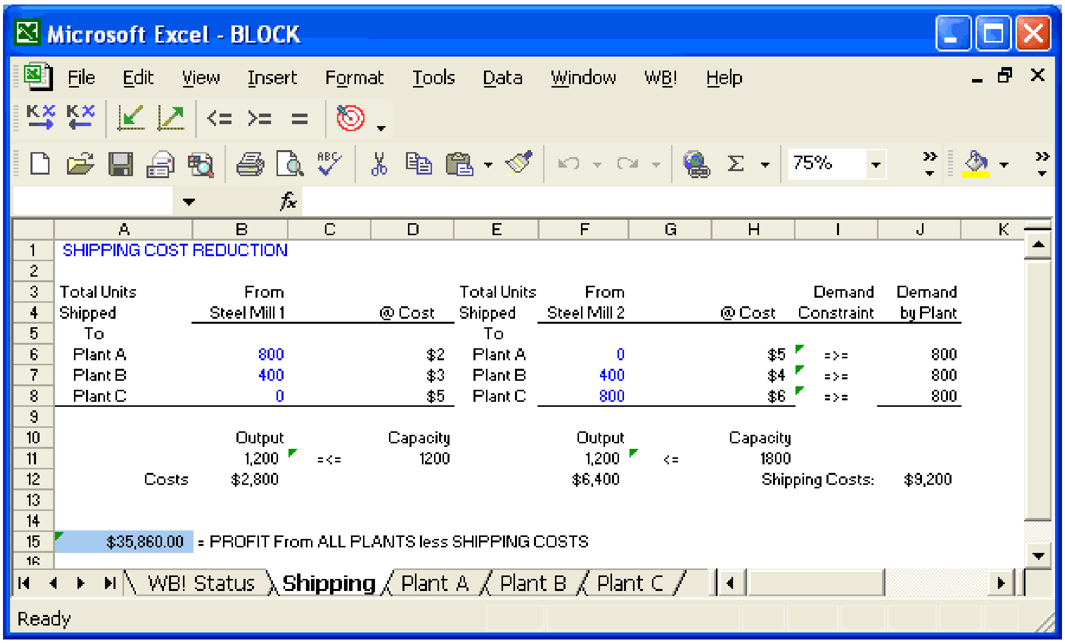
　制約は、各製鉄所の許容量以上の鉄（ShippingワークシートのC11, G11）を送らずに、各工場が必要とする量の鉄（ShippingワークシートのI6:I8）を送ること、そして各工場にある在庫（Plant A, B, CのI13:I18)、もしくは送られる原材料以上を使用しないことです。

What If? 対 WB!

　少し考えてみると、この問題の複雑さがすぐにわかる。鉄の出荷量だけで6つの決定を下さなければならず、製品の生産量を決定するために18もの決定（3つの工場と6つの製品）をしてください。これを「What if?」で再計算してみるとき、次のガイドラインを頭に入れておいてください。

- 各工場に必要な量の鉄を出荷しなければならない。
- 各製鉄所は、許容量以上の鉄を送ることはできない。
- 初期在庫量を超す原料を使用できない。

　さぁ、実験を終えたら問題を解いてみよう。



Microsoft Excel - BLOCK

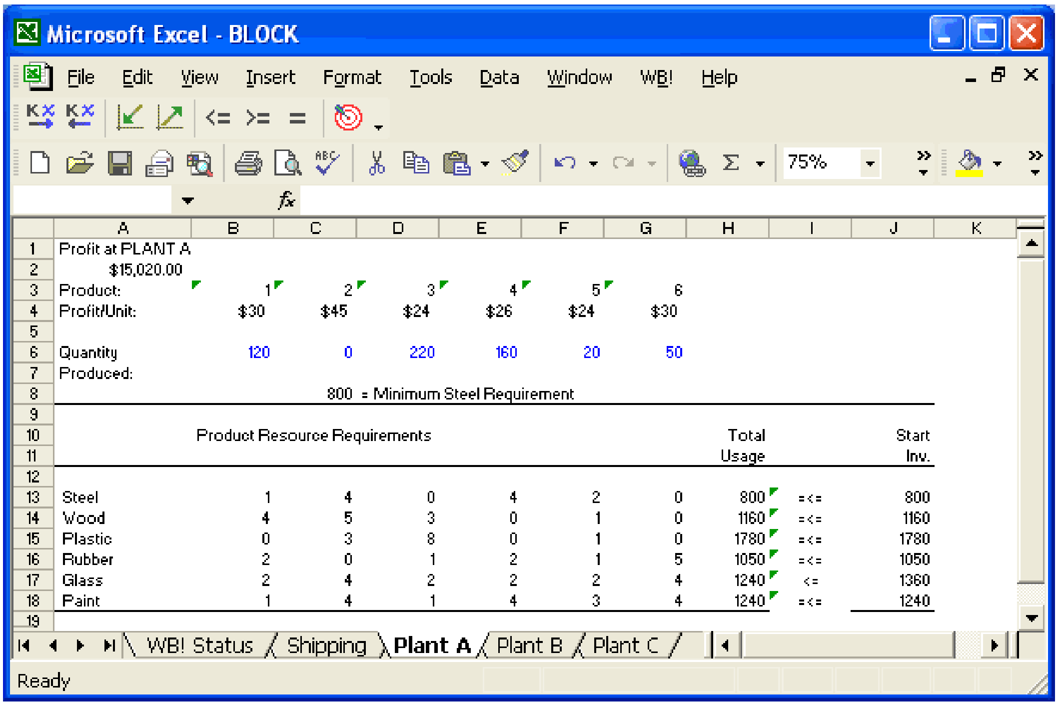
SHIPPING COST REDUCTION

Total Units Shipped To	From Steel Mill 1	@ Cost	Total Units Shipped To	From Steel Mill 2	@ Cost	Demand Constraint	Demand by Plant
Plant A	800	$2	Plant A	0	$5	=>=	800
Plant B	400	$3	Plant B	400	$4	=>=	800
Plant C	0	$5	Plant C	800	$6	=>=	800
	Output	Capacity		Output	Capacity		
	1,200 =<=	1200		1,200 <=	1800		
Costs	$2,800			$6,400		Shipping Costs:	$9,200

$35,860.00 = PROFIT From ALL PLANTS less SHIPPING COSTS

WB! Status / Shipping / Plant A / Plant B / Plant C

解析後のShippingワークシート



Microsoft Excel - BLOCK

Profit at PLANT A

$15,020.00

Product:	1	2	3	4	5	6			
Profit/Unit:	$30	$45	$24	$26	$24	$30			
Quantity Produced:	120	0	220	160	20	50			

800 = Minimum Steel Requirement

Product Resource Requirements							Total Usage		Start Inv.
Steel	1	4	0	4	2	0	800	=<=	800
Wood	4	5	3	0	1	0	1160	=<=	1160
Plastic	0	3	8	0	1	0	1780	=<=	1780
Rubber	2	0	1	2	1	5	1050	=<=	1050
Glass	2	4	2	2	2	4	1240	<=	1360
Paint	1	4	1	4	3	4	1240	=<=	1240

WB! Status / Shipping / Plant A / Plant B / Plant C

解析後のPlant Aワークシート

最適解は、$35,860となった。

7.20　切断ロスの最小化

ファイル名：CUTSTOCK　　モデルタイプ：LP

概要

ロールやシートとして製造される製品、例えばガラス、鉄板、カーペット等を考えてみよう。これらの製造業者は、絶えず次の問題に直面している。標準の幅を持ったロールから、市場の様々な要求に合った幅のものを販売してください。よって、このモデルの切断パターンにLPを適用している。要求サイズと、発注量と利用可能な切断パターンが考えられており、切断ロスを最小化する。

①　問題

特定の幅の鉄板がある。色々な用途にこの製品を使用するため、様々な幅のロールが必要とされる。需要に合った製品を提供するため、複数の狭い幅のロールに切断する。目的関数は、ロール幅を最大限うまく用いるパターンを選ぶことで、ロスを最小化することです。ロス幅に長さをかけたものが総ロスに加算されていきます。ユーザーの要求を満たし、無駄を最小限に抑える切断パターンを求めます。

②　背景

100インチ幅の鉄板を作っている。

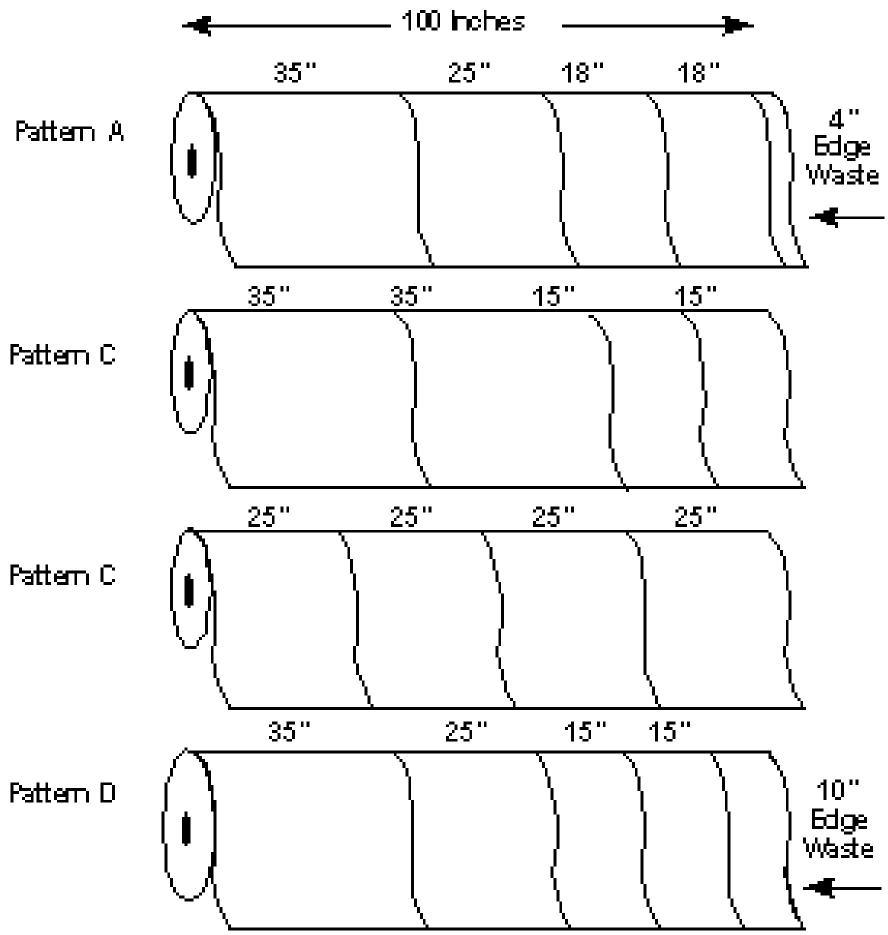
また、ユーザーから、次の幅と長さの注文がきている。

幅	全長
35″	1,020
25″	3,000
18″	967
15″	1,450

100インチの鉄板から、次の4つの切断パターンが選べる。

パターン	A	B	C	D
Rolls	35″	35″	25″	35″
Cut into	25″	35″	25″	25″
widths	18″	15″	25″	15″
of:	18″	15″	25″	15″

絵で表わすと、以下のようになる。



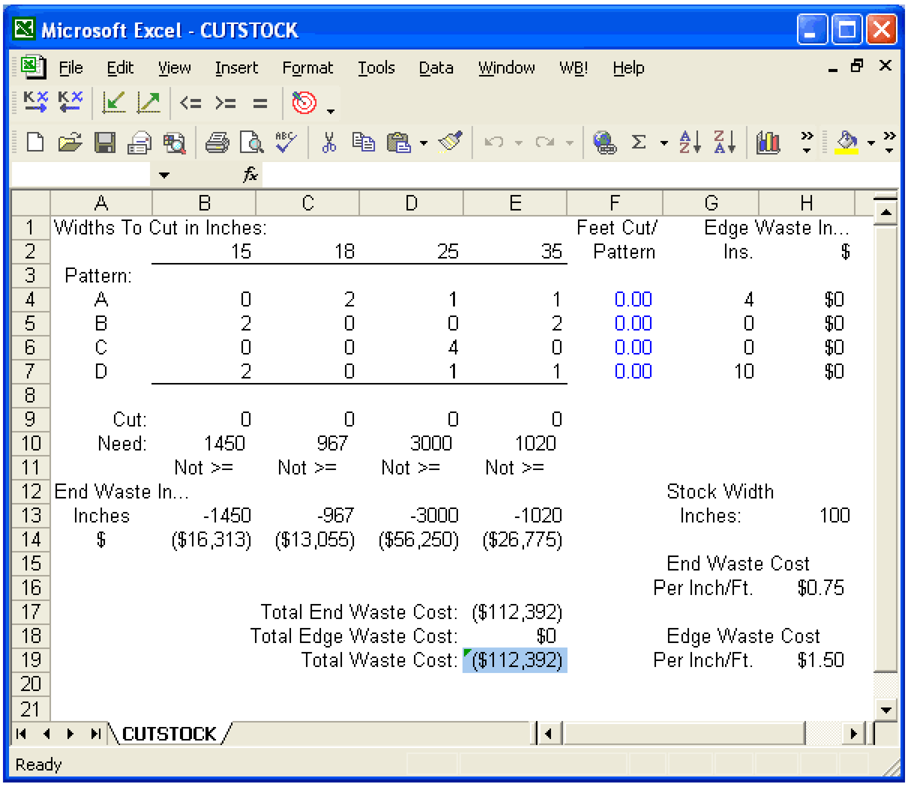
これらのパターンの中からどれを選べばよいでしょう。

③　目的関数セル

目的関数は無駄を全体的に最小化することです。客の注文を満たすためには、どのパターンを何フィート切断すればよいでしょうか。

⑤　　ワークシート

CUTSTOCKファイルを開き、切断幅のロスと最終ロスがどのように計算されているか見てみよう。



	A	B	C	D	E	F	G	H
1	Widths To Cut in Inches:					Feet Cut/	Edge Waste In...	
2		15	18	25	35	Pattern	Ins.	$
3	Pattern:							
4	A	0	2	1	1	0.00	4	$0
5	B	2	0	0	2	0.00	0	$0
6	C	0	0	4	0	0.00	0	$0
7	D	2	0	1	1	0.00	10	$0
8								
9	Cut:	0	0	0	0			
10	Need:	1450	967	3000	1020			
11		Not >=	Not >=	Not >=	Not >=			
12	End Waste In...						Stock Width	
13	Inches	-1450	-967	-3000	-1020		Inches:	100
14	$	($16,313)	($13,055)	($56,250)	($26,775)			
15							End Waste Cost	
16							Per Inch/Ft.	$0.75
17				Total End Waste Cost:	($112,392)			
18				Total Edge Waste Cost:	$0		Edge Waste Cost	
19				Total Waste Cost:	($112,392)		Per Inch/Ft.	$1.50
20								
21								

最適化前のCUTSTOCKワークシート

B4：B7には、15インチに切断される数が入っている。例えばパターンAは、15インチで切断されることはない。パターンBは、2個ある。B9：E9の総カットは、各幅で切断される長さを示す。B9にカーソルを置いて、どんな式が入っているか調べましょう。G4：G7には、ロス幅が入っている。G4にカーソルを移動し、100インチから切断幅の合計を引いたものがロス幅になっていることを確認して下さい。B13：E13には、切断された長さから必要な長さを引いた長さのロス（最終ロス）が入っている。

A. 修正可能セルの決定

修正可能セルは、F4：F7です。そこには、各パターンで切断される長さが入ります。

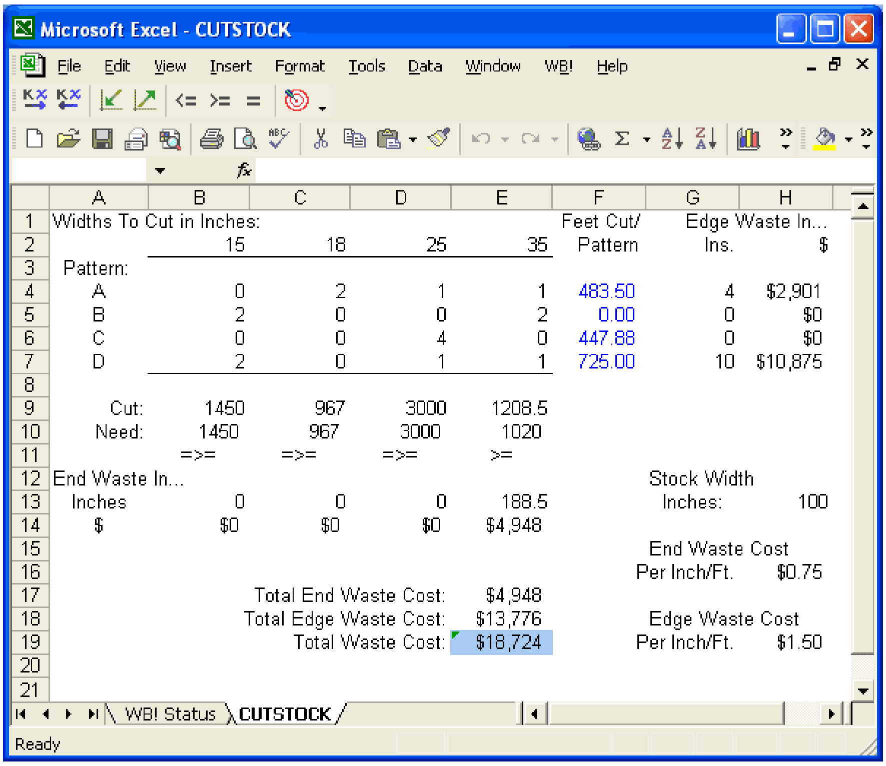
B. ベストセルの定義

目的関数は、各幅の要求される長さを満たし、最終ロスを最小とする切断パターンの組み合わせを求めることです。目的関数セルはE19で、各切断パターンによる幅のロスと最終ロスの和を求めます。

C. 制約式の指定

制約は、4つの注文の要求量を満たすことです。15、18、25、35インチの要求の長さはB10：E10に入力する。選択された切断パターンの実際の長さはB9：E9に入っている。B11：E11には、制約を表わす不等号が入力されており、上記制約を強制する。例えば、15インチの欄（B11）にWB(B9,">=",B10)という式を入力する。これは実際の長さ（B9）が、要求されている長さ（B10）と同じことを強制している。

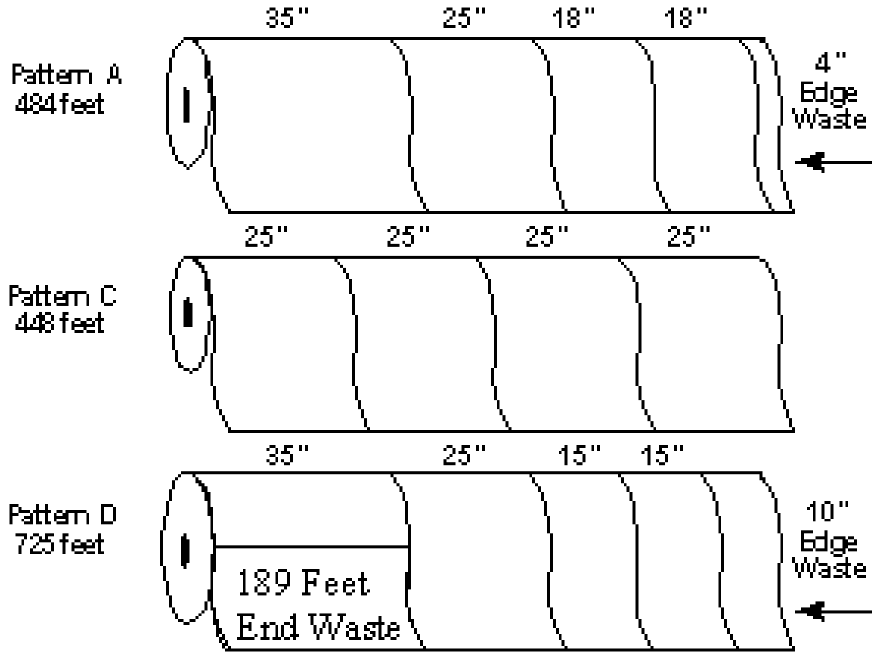
さて解いてみよう。



	A	B	C	D	E	F	G	H
1	Widths To Cut in Inches:					Feet Cut/	Edge Waste In...	
2		15	18	25	35	Pattern	Ins.	$
3	Pattern:							
4	A	0	2	1	1	483.50	4	$2,901
5	B	2	0	0	2	0.00	0	$0
6	C	0	0	4	0	447.88	0	$0
7	D	2	0	1	1	725.00	10	$10,875
8								
9	Cut:	1450	967	3000	1208.5			
10	Need:	1450	967	3000	1020			
11		=>=	=>=	=>=	>=			
12	End Waste In...						Stock Width	
13	Inches	0	0	0	188.5		Inches:	100
14	$	$0	$0	$0	$4,948			
15							End Waste Cost	
16							Per Inch/Ft.	$0.75
17				Total End Waste Cost:	$4,948			
18				Total Edge Waste Cost:	$13,776		Edge Waste Cost	
19				Total Waste Cost:	$18,724		Per Inch/Ft.	$1.50
20								
21								

CUTSTOCKモデルの解は、幅の無駄による$13,776（E18）と、最終ロスによる$4,948（E17）の合計$18,724になる。

注: 複数の原材料のタイプが利用できる場合、このモデルを全材料費を最小化するように定式し直しよう。あるいは、高価な材料が発注しているなら、それを効果的に使いきるようにすべきです。他のモデル化の例として、最終ロスの値を考慮してみてください。それは、在庫に組み入れることができるかもしれない。



最適解には、F5からパターンBが選ばれることはない。最終ロスは、35インチ幅（E13）以外では発生しません。

7.21　工場配置

ファイル名：PLANTLOC　モデルタイプ：LP

概要

この問題は、ネットワークやルーティングの問題と関連がある。こういった問題には、たいがい出発地から目的地までの輸送ルートが複数ある。そして、ルートにより費用が異なってきます。

工場の立地問題は、SHIPPING サンプル・モデルと似ているが、出荷元（工場配置）の地点が変わるという、意思決定における大きな自由度がある。製造業や卸売業は、既存顧客の需要とそれに対する供給、そして出荷にかかる費用の最小化といったような問題の解決を必要とする。

①　背景

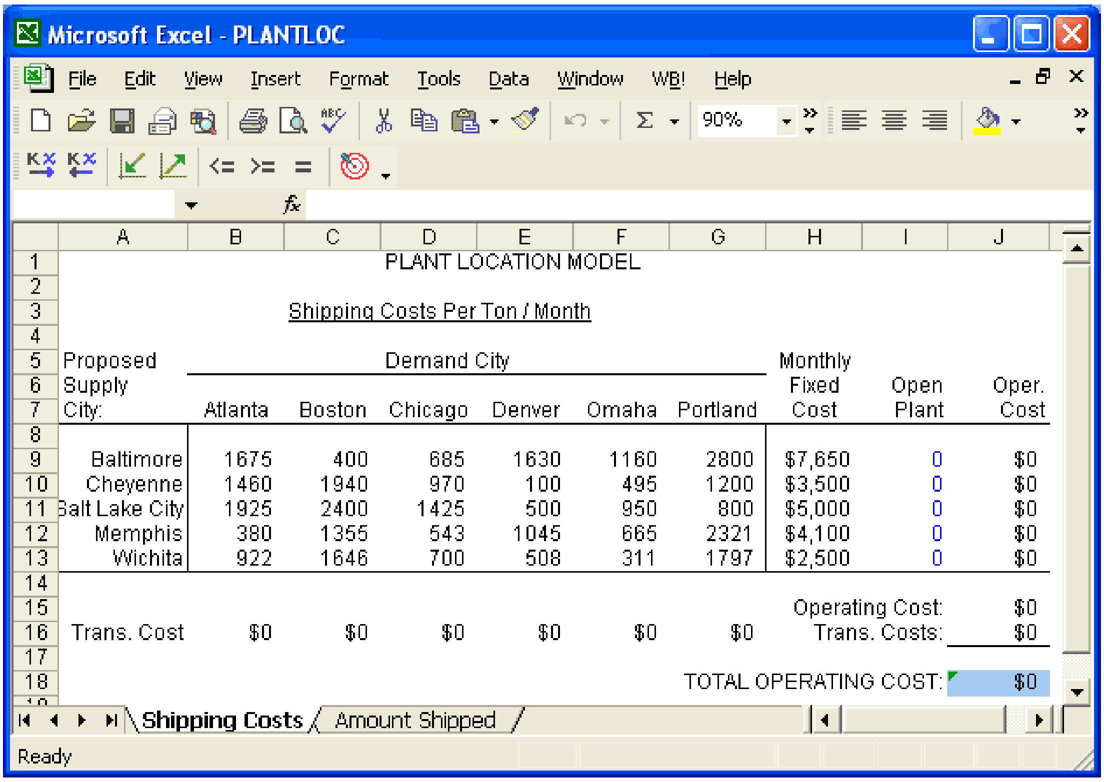
ある製品を製造するのに、5カ所の工場で生産する選択肢があり、その製品に対して6カ所の市場があるとする。各工場は、月々の操業費用と出荷先の市場によって、異なる出荷費用がある。加えて、各工場には生産の上限がある。

⑥　目的関数セル

目的関数は、各都市の需要が満たされ、各工場の能力を超えない範囲で、総費用の最小化である。

②　ワークシート

PLANTLOCファイルを開いて、レイアウトと式を確認しよう。



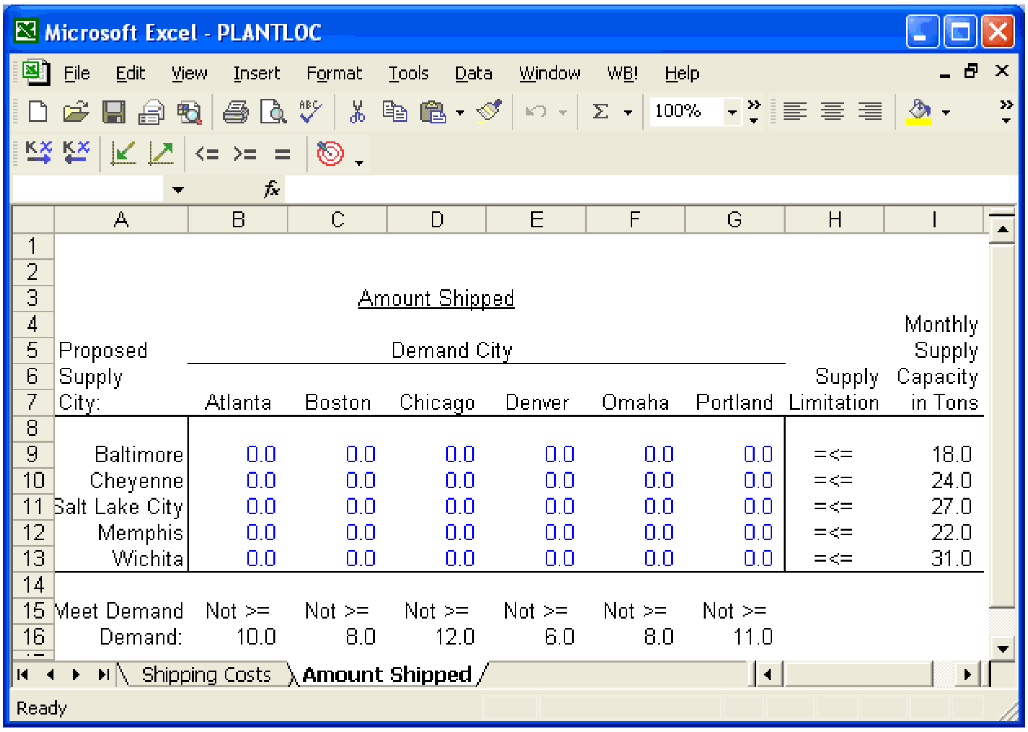
PLANT LOCATION MODEL

Shipping Costs Per Ton / Month

Proposed Supply City:	Atlanta	Boston	Chicago	Denver	Omaha	Portland	Monthly Fixed Cost	Open Plant	Oper. Cost
Baltimore	1675	400	685	1630	1160	2800	$7,650	0	$0
Cheyenne	1460	1940	970	100	495	1200	$3,500	0	$0
Salt Lake City	1925	2400	1425	500	950	800	$5,000	0	$0
Memphis	380	1355	543	1045	665	2321	$4,100	0	$0
Wichita	922	1646	700	508	311	1797	$2,500	0	$0
								Operating Cost:	$0
Trans. Cost	$0	$0	$0	$0	$0	$0		Trans. Costs:	$0
								TOTAL OPERATING COST:	$0

（表中 "Demand City" は Atlanta～Portland の列にかかる見出し）

最適化前のShipping Costsワークシート



	A	B	C	D	E	F	G	H	I
1									
2									
3				Amount Shipped					
4									Monthly
5	Proposed			Demand City					Supply
6	Supply							Supply	Capacity
7	City:	Atlanta	Boston	Chicago	Denver	Omaha	Portland	Limitation	in Tons
8									
9	Baltimore	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	=<=	18.0
10	Cheyenne	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	=<=	24.0
11	Salt Lake City	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	=<=	27.0
12	Memphis	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	=<=	22.0
13	Wichita	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	=<=	31.0
14									
15	Meet Demand	Not >=	Not >=	Not >=	Not >=	Not >=	Not >=		
16	Demand:	10.0	8.0	12.0	6.0	8.0	11.0		

最適化前のAmount Shippedワークシート

A.修正可能セルの決定

修正可能セルには、

- 各工場から各都市へ出荷「する・しない(B29：G33)」
- 開設する工場(I9：I13)

を決める。

加えてこれらのセルは、バイナリ整数指定をすることで、0か1の値になる。

B.ベストセルの定義

ベストセルは、J18 で最小費用を求めます。このセルには、J15 と J16 の操業費と輸送費の合計が入力される。輸送費合計は、B38：G38 の合計です。これらのセルには、全て工場から需要都市への輸送費の合計が入っている。例えば B38 の式は以下の様になる。

SUMPRODUCT(B9：B13,B29：B33)

C.制約式の指定

この工場配置問題には、各工場の生産能力を超えずに 6 都市での需要を満たすという制約がある。

まず、Amount Shipped ワークシートの B36：G36 に入力される需要が 6 つの都市で満たされていなければならない。また、同ワークシートの B35：G35 に指定される制約は、各都市（アトランタ、ボストン等）に出荷される合計量が、その都市の需要量より多くなければならない。

次に、各供給都市（ボルチモア、チェイン等）から出荷される量が、各自能力を超える量を出荷することはできない。H29 の式を見てみよう。

WB(SUM(B29：G29),”<= “,I29*I9)

これは、ボルチモア工場から出荷される量がSUM(B29：G29)なので、この供給量以上供給してはならない(I29*I9)ということです。

ボルチモア工場からの総出荷量SUM(B29：G29) は、ボルチモアの能力(I29*I9)以下です。I9は1か0なので、ボルチモアの工場が開設された場合のみ、非負の値が返される。

工場は、ボルチモア、チェーンとメンフィス(I9、I10、I12)が開設され、総費用は$46,838 でした。H29の制約は余裕があるので、まだボルチモアからの出荷が可能です。

7.22　要員・スケジューリング

ファイル名：STAFF　モデルタイプ：LINEAR OPTIMIZATION

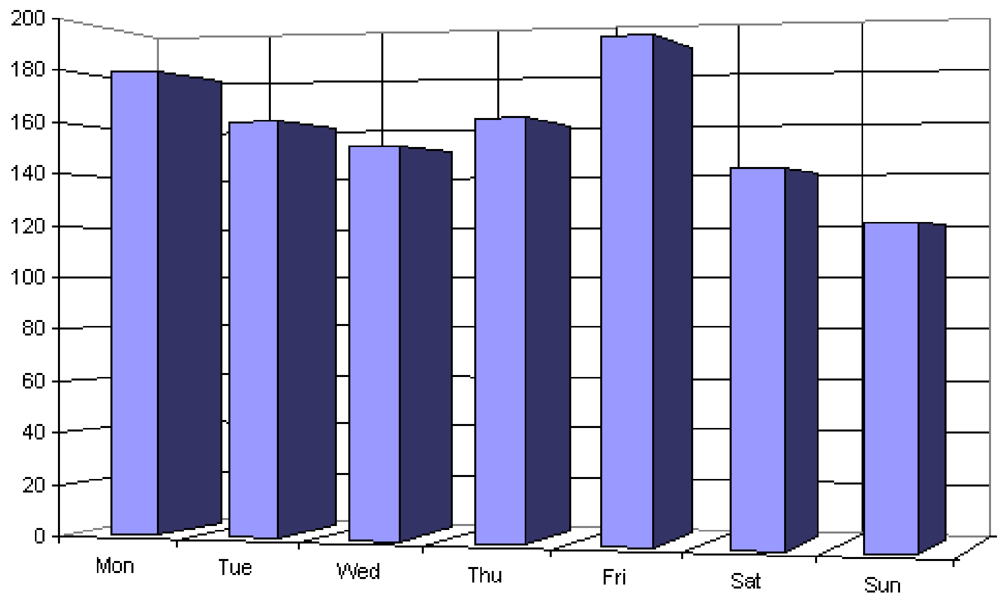
概略

要員スケジューリングにおける、最適化の目的関数は、最小の費用で経営に必要な人材を組み込むことです。一般的にスケジュールは、規則や労働組合の契約などで決められているシフト時間の最低の長さ、休憩回数、残業の限度などの特定の条件を満足させなければなりません。

このアプリケーションは、添乗員、病院スタッフ、事務員などのスケジュール作成に使用される。金融関連会社も、同様のモデルを使用して、最小の費用でどのように必要なキャッシュ・フローを行うかということを調査することができる。

①　問題

曜日ごとに労働量が異なるビジネスの最適スケジュールを組みます。



②　背景

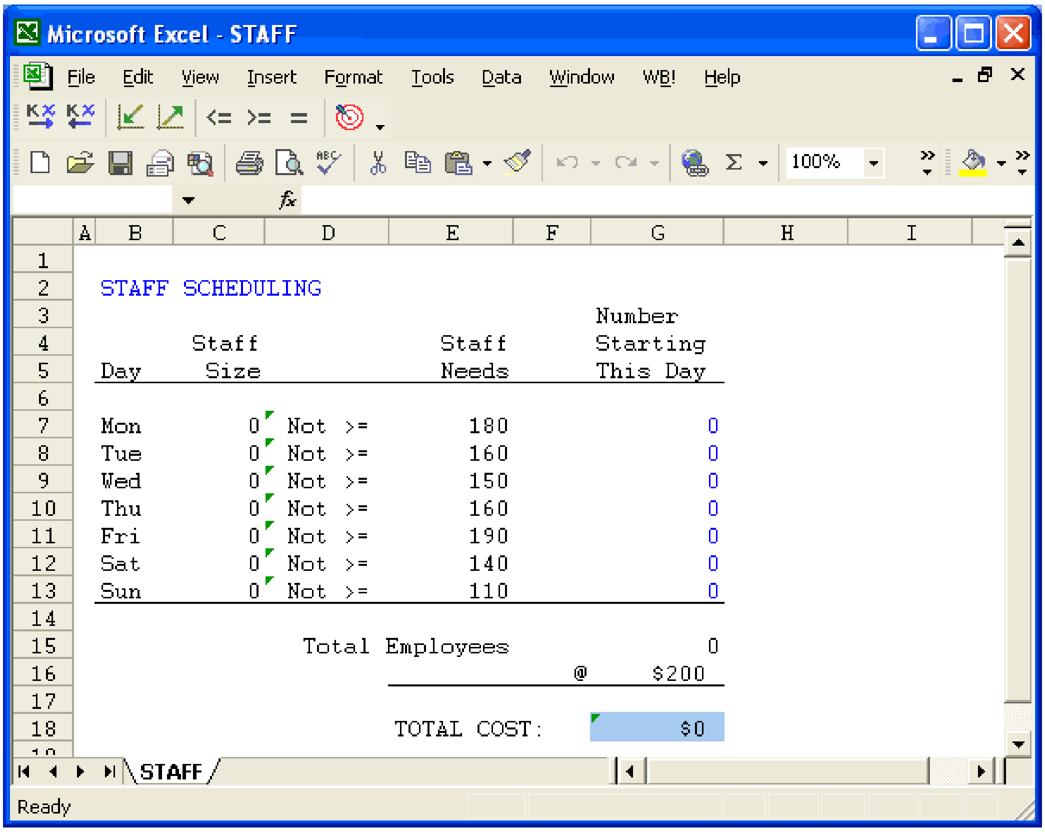
- 毎日、120人から190人の要員が必要です。
- 週休二日制度（5日の連続勤務と二日の休み）を遵守してください。したがって、可能なシフトは、月曜日から金曜日、火曜から土曜日、水曜日から日曜日などということになる。
- 各作業員の週給は200ドルです。

③　目的関数セル

最適化の目的関数は、最小の費用（給与）で5日シフトに必要な、要員数を満たすことです。

③　ワークシート

STAFFファイルを見てみよう。「What If?」スプレッドシートで解決策を求めた後、「WB!」を使用して最善の解を探す。



最適化前のSTAFFワークシート

A. 修正可能セルの設定

　このモデルの修正可能セルは、各曜日に5日制シフトを開始する要員の数が出力される。これらの数値は「この日から仕事を始める要員数（Number Starting This Day）」の列（G7：G13）に出力される。

B. ベストセルの定義

　ベストセルでは、最小の費用が計算される。費用は（各要員×週給）の和であり、G18に出力される。総要員数（G15）の計算式は、曜日ごとの要員の合計です。計算式は、SUM(G8：G13)です。一人当りの週給は、G16に出力する。したがって、総費用（G18）の計算式は、G15*G16になる。

C. 制限事項の指定

　この問題の制限事項は、実際の要員数が必要要員数以上であることです。この制限事項を設定しなければ、「WB!」の作業はとても簡単になるが、そうすると最も費用のかからない解が「誰も雇わない」になってしまう。

　要員数の列（C7:C13）を見てみよう。要員数は、「この日から仕事を始める要員数」に、前の4日分の「この日から仕事を始める要員数」を加えることで計算できる。（各従業員数は5日連続勤務制となっているので、ある日の要員数は5日間の合計と等しくなる。）

　たとえば、月曜日の要員数（C7）計算式は、G7+G10+G11+G12+G13になる。

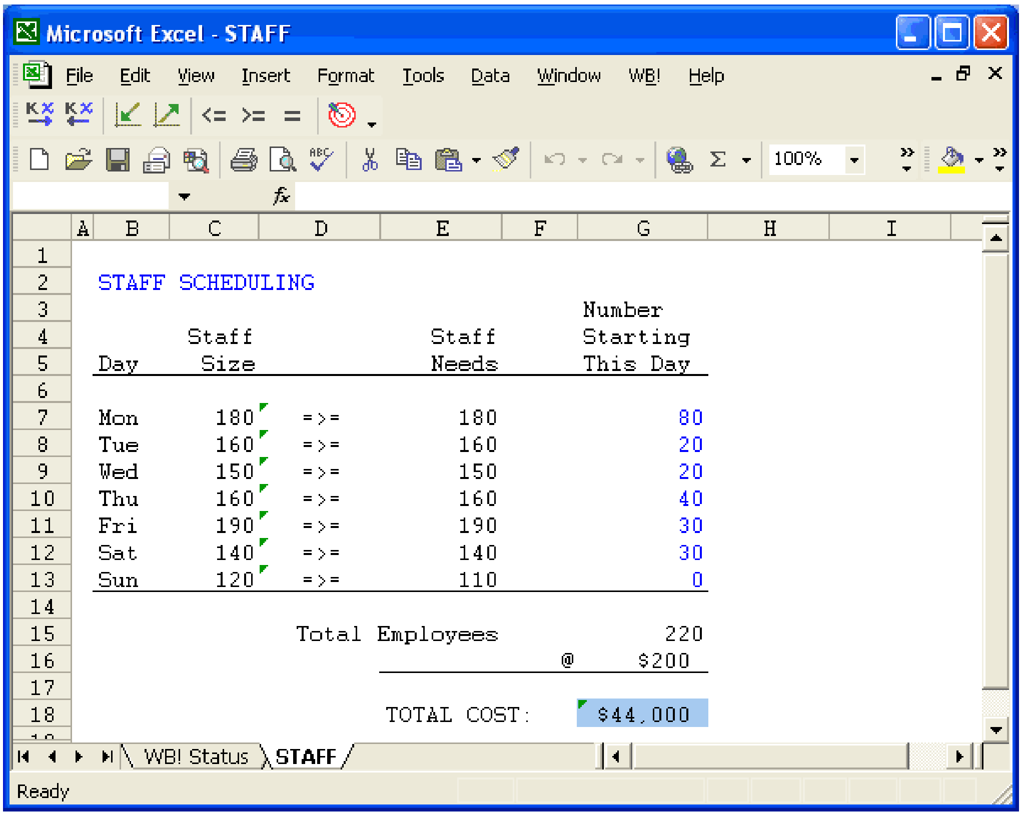
要員サイズの隣の列は空列（D）にしておいてください。次に、「WB!」を呼び出し、D7に”>=”を入力し、D8からD14にコピーする。

What If? 対 WB!

従来の「What If?」スプレッドシートでは、曜日ごとに5日制のシフトを開始する従業員の数を見積もり、この数をセルG7からG13に入力する。

何日かは「必要要員数」を満足し、余剰要員が出るでしょう。「この日から仕事を始める要員数」の値を調整し、余剰要員数を最小にしてください。このとき、全ての要員数の要求を満足させなければならないことを忘れないでください。スプレッドシートが概算を再計算した際、総費用（G18）を最小化して判断してみてください。解を求めたら、総費用の最終的な数値を書きとめてください。

次に最適化を実行してください。スクリーン上に以下のワークシートが表示される。



最適化後のSTAFFワークシート

最適解は、$44,000です。D7：D13の制約はすべてきつめで余裕がない。これは、余計な人員が使われていないことを示す。

D.　双対価格

この問題の最適解は、要員は5日連続勤務制の最初の日として日曜日以外の日を選択することを勧めている。要員の誰かが日曜日から木曜日というシフトでしか働けない場合の費用は、「WB!」を使用して求めることができる。〔Advanced|Dual〕コマンドを使うと、G13に「日曜日から仕事を始める要員数」の双対価格を、H13に出力する。

再最適化後、67（0.666）ドルという値がH13に出力される。これは、もし、1人が日曜日から仕事を始める場合、総費用が67ドル上昇することを表わす。このことは、数値″1″をG13に入力し、「WB!」の〔Remove Adjustable〕コマンドを使用してその値をそのセルに固定して、確かめることができる。

再解析後、総費用は44,067ドルに上昇する。この値は、H13内の双対価格で予測した通り、最適な解よりも67ドル上昇している。ここで、端数のある解が出ました。整数の解を得るには、端数のある解を丸めます。1つの可能性を以下に示す。

	丸め前	丸め後
G8、　「月曜日から仕事を始める要員数」	79.33333	80
G10、「水曜日から仕事を始める要員数」	19.33333	20
G11、「木曜日から仕事を始める要員数」	39.33333	39
G13、「土曜日から仕事を始める要員数」	29.33333	29

新しい解は、総数221人の従業員と最小費用44,200ドルとなった。つまり、この場合の双対価格は、実際の解である総費用増加（200ドル）ではなく、論理的に最小の総費用増加（67ドル）を出力した。

注:　この問題の双対価格の幾つか（余剰要員の双対価格も含む）は、ほんの小さな幅でのみ有効である。色々な範囲の実証性を確認してから価格決定、雇用、購入決定しよう。

7.23　要員配置

ファイル名：ASSIGN　モデルタイプ：LP

概要

要員配置は、費用と人手がかかる作業です。1日に幾つかのシフトがあり、要員のローテーションを組まなければなりません。また、スケジューラは、企業の要求と要員の希望を取り入れなければいけません。要員数が多い程、また期間が長い程、その作業は困難になる。

この問題は、要員を1週間7日とし、一日に数回のシフト勤務させるスケジュールの作成問題です。

①　問題

日中、夕方、深夜の 3 つのシフトがあり、各シフトの最低要員数を満たさなければなりません。そして、各要員に指定されたシフト数を割り当てなければなりませんが、要員の希望も取り入れなければなりません。さらに、仕事の性質上、要員の能率を低下させないよう、シフトの間で一定の休みを必要としている。

このモデルを使って、決められた要員計画の制約の中で、要員の希望を最大限に叶えます。

②　背景

ある週の特定個人の希望は次の通りでした。

	月	火	水	木	金	土	日
日中	2	1	1	3	1	1	1
夕刻	1	1	0	0	2	1	1
夜	1	0	0	0	1	1	1

ニクソン、フォード、ブッシュ、レーガンの 4 人は、1 週間に 5 シフトを受け持つ。彼らの個人的な希望は、5 から 1 の 5 段階表示で表されている。これは PReferences ワークシートに表示されている。個人の希望に加えて、次の 2 つの要員計画の規則を守らなければいけません。

・要員は、1 日に 1 シフト以上働いてはいけない。

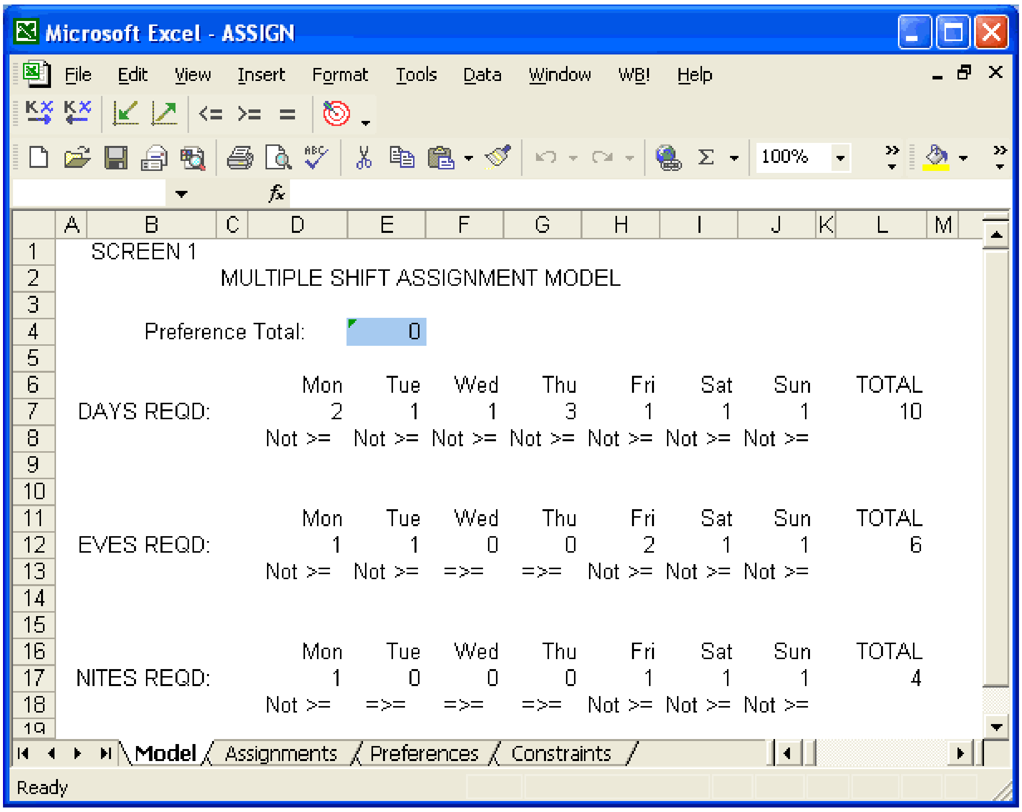
・働いた後は、その後の2シフトは働いてはいけない。

③　目的関数セル

目的関数は、要員に関する要求を満たして、個人の希望を最大限かなえることにある。

④　ワークシート

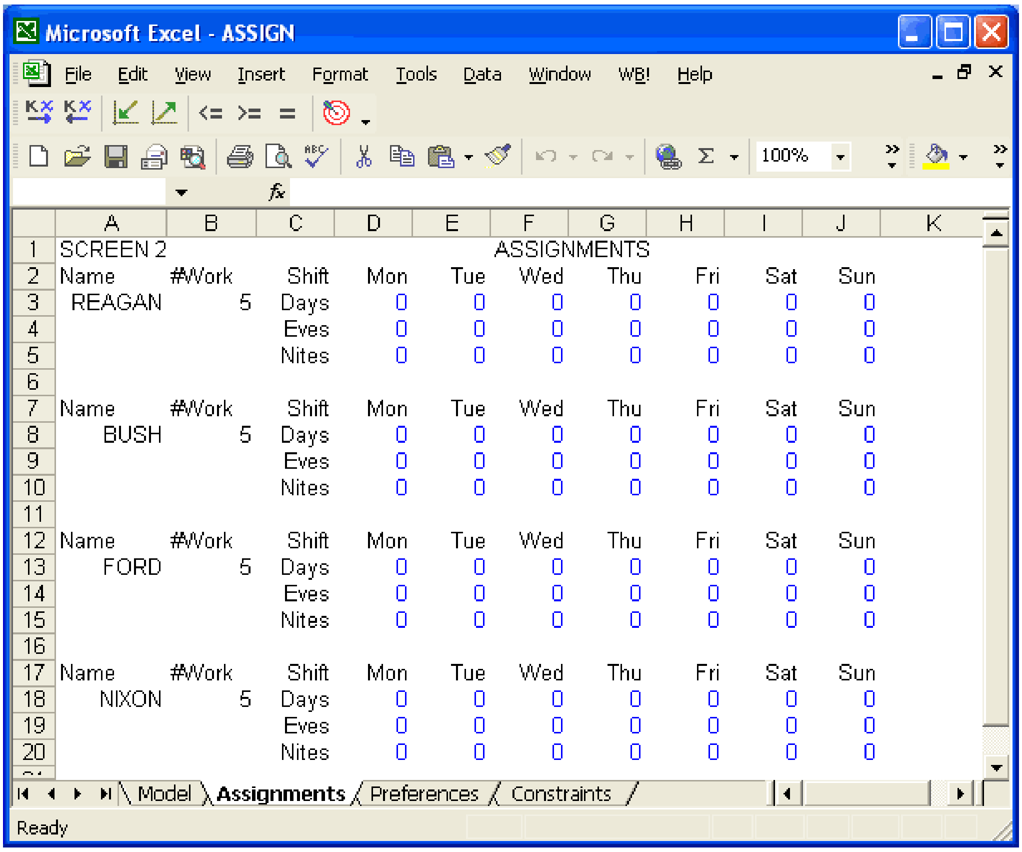
ASSIGN ファイルを見てみよう。このモデルは、4 つのワークシートからできている。



	B	C	D	E	F	G	H	I	J	K	L
1	SCREEN 1										
2		MULTIPLE SHIFT ASSIGNMENT MODEL									
3											
4	Preference Total:			0							
5											
6			Mon	Tue	Wed	Thu	Fri	Sat	Sun		TOTAL
7	DAYS REQD:		2	1	1	3	1	1	1		10
8			Not >=	Not >=	Not >=	Not >=	Not >=	Not >=	Not >=		
9											
10											
11			Mon	Tue	Wed	Thu	Fri	Sat	Sun		TOTAL
12	EVES REQD:		1	1	0	0	2	1	1		6
13			Not >=	Not >=	=>=	=>=	Not >=	Not >=	Not >=		
14											
15											
16			Mon	Tue	Wed	Thu	Fri	Sat	Sun		TOTAL
17	NITES REQD:		1	0	0	0	1	1	1		4
18			Not >=	=>=	=>=	=>=	Not >=	Not >=	Not >=		

最適化前の Model ワークシート

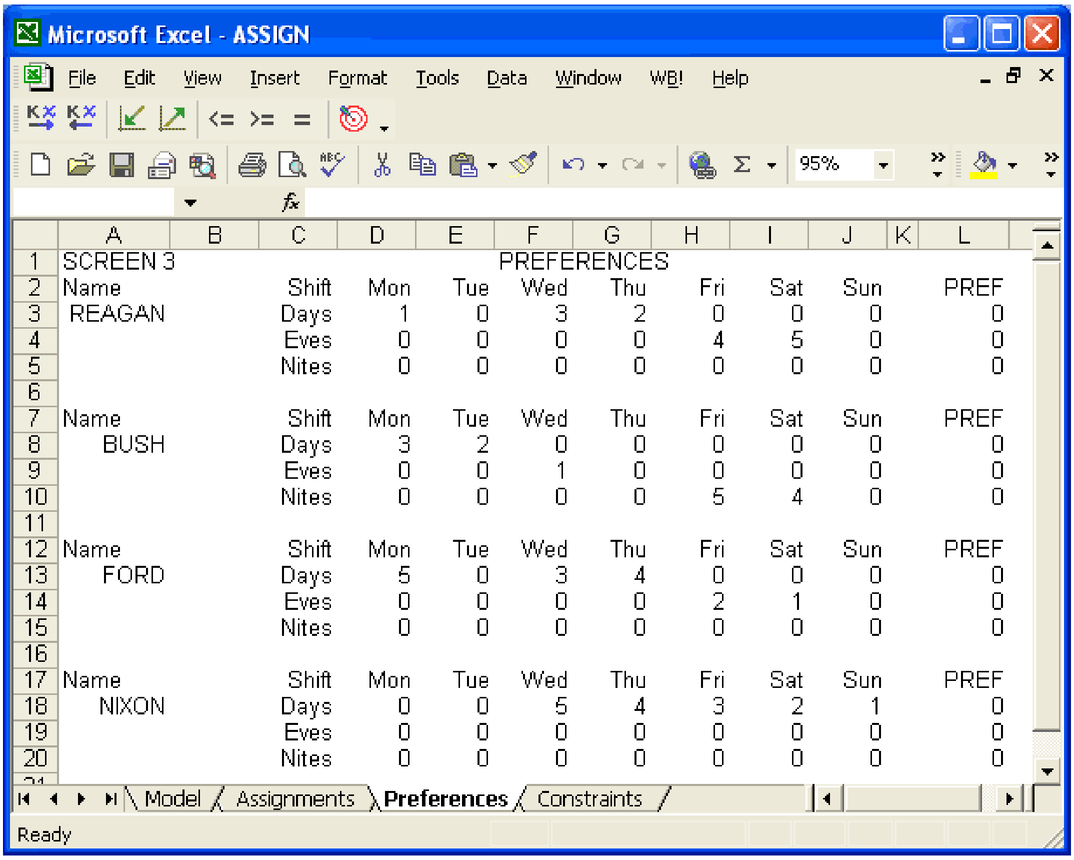
このシートには、1 週間の各シフトに必要な要員数と制約式やベストセルが含まれている。



	A	B	C	D	E	F	G	H	I	J
1	SCREEN 2					ASSIGNMENTS				
2	Name	#Work	Shift	Mon	Tue	Wed	Thu	Fri	Sat	Sun
3	REAGAN	5	Days	0	0	0	0	0	0	0
4			Eves	0	0	0	0	0	0	0
5			Nites	0	0	0	0	0	0	0
6										
7	Name	#Work	Shift	Mon	Tue	Wed	Thu	Fri	Sat	Sun
8	BUSH	5	Days	0	0	0	0	0	0	0
9			Eves	0	0	0	0	0	0	0
10			Nites	0	0	0	0	0	0	0
11										
12	Name	#Work	Shift	Mon	Tue	Wed	Thu	Fri	Sat	Sun
13	FORD	5	Days	0	0	0	0	0	0	0
14			Eves	0	0	0	0	0	0	0
15			Nites	0	0	0	0	0	0	0
16										
17	Name	#Work	Shift	Mon	Tue	Wed	Thu	Fri	Sat	Sun
18	NIXON	5	Days	0	0	0	0	0	0	0
19			Eves	0	0	0	0	0	0	0
20			Nites	0	0	0	0	0	0	0

最適化前の Assignment ワークシート

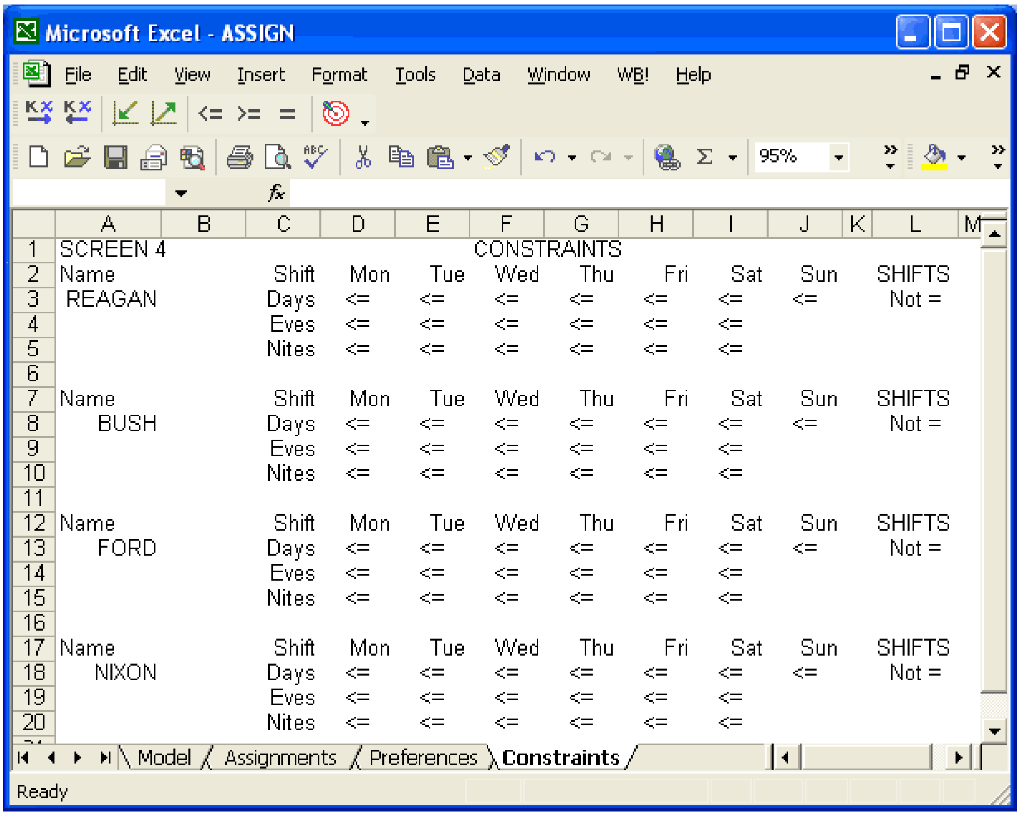
このワークシートには、各要員の 1 週間の交代勤務への割当が入力する。1 は、その要員がシフトに割り当てられたことを示す。0 は、シフトが割り当てられていないことを示す。#Work セルには、その週に割り当てられたシフトの数を示す。どの要員も 24 時間中に 1 シフトしか働けないので、1 人が働ける最大シフト数は 7 です。



	A	B	C	D	E	F	G	H	I	J	K	L
1	SCREEN 3					PREFERENCES						
2	Name		Shift	Mon	Tue	Wed	Thu	Fri	Sat	Sun		PREF
3	REAGAN		Days	1	0	3	2	0	0	0		0
4			Eves	0	0	0	0	4	5	0		0
5			Nites	0	0	0	0	0	0	0		0
6												
7	Name		Shift	Mon	Tue	Wed	Thu	Fri	Sat	Sun		PREF
8	BUSH		Days	3	2	0	0	0	0	0		0
9			Eves	0	0	1	0	0	0	0		0
10			Nites	0	0	0	0	5	4	0		0
11												
12	Name		Shift	Mon	Tue	Wed	Thu	Fri	Sat	Sun		PREF
13	FORD		Days	5	0	3	4	0	0	0		0
14			Eves	0	0	0	0	2	1	0		0
15			Nites	0	0	0	0	0	0	0		0
16												
17	Name		Shift	Mon	Tue	Wed	Thu	Fri	Sat	Sun		PREF
18	NIXON		Days	0	0	5	4	3	2	1		0
19			Eves	0	0	0	0	0	0	0		0
20			Nites	0	0	0	0	0	0	0		0

最適化前の PReferences ワークシート

各要員が希望するシフトを 5 段階表示で入力する。5 以上を記入しても構いません。7 回出勤するときは、7 から 1 の値を記入することにする。しかし、ここでは 0 列の回数通りになっている。しかし、各要員は、Assignments ワークシートの B 列と同じ数のシフトを割り当てられます。



最適化前の Constraints ワークシート

Constraints ワークシートには、各要員が 24 時間以内に 1 シフト以上働かないように、制約式が入力する。

A. 修正可能セルの決定

このモデルの修正可能セルは、Q3：W5とQ8：W10と、Q13：W15とQ18：W20です。これらは、個人のスケジュールです。

B. ベストセルの定義

ベストセルはModelワークシートのE4で、要員の希望を最大化する。これは、要員の希望が実施された場合の総和となる。

C. 制約式の指定

制約は次の通りです。

・各シフトの必要人数が満たされなければならない。

・各人は割り当てられた時間帯を働かなければならないが、それ以上でも以下でもならない。

・1 シフト働いた後は、その後 2 シフトは休み、かつ 1 日の内に 2 回働いてはいけない。

各シフトの要求人数を満たすために、ModelワークシートのD8：J8の制約で、要求人数以上を達成してください。例えば、月曜の日中(ModelワークシートのD8)は、次の制約になる。

=WB(ASSIGNMENTS！ D3＋ASSIGNMENTS！ D8＋ ASSIGNMENTS！ D13＋ASSIGNMENTS！ D18,″>=″,D7)

これにより、月曜の日中は、4 人の要員のうち 2 人以上が働かねばならないことになり、この和がその

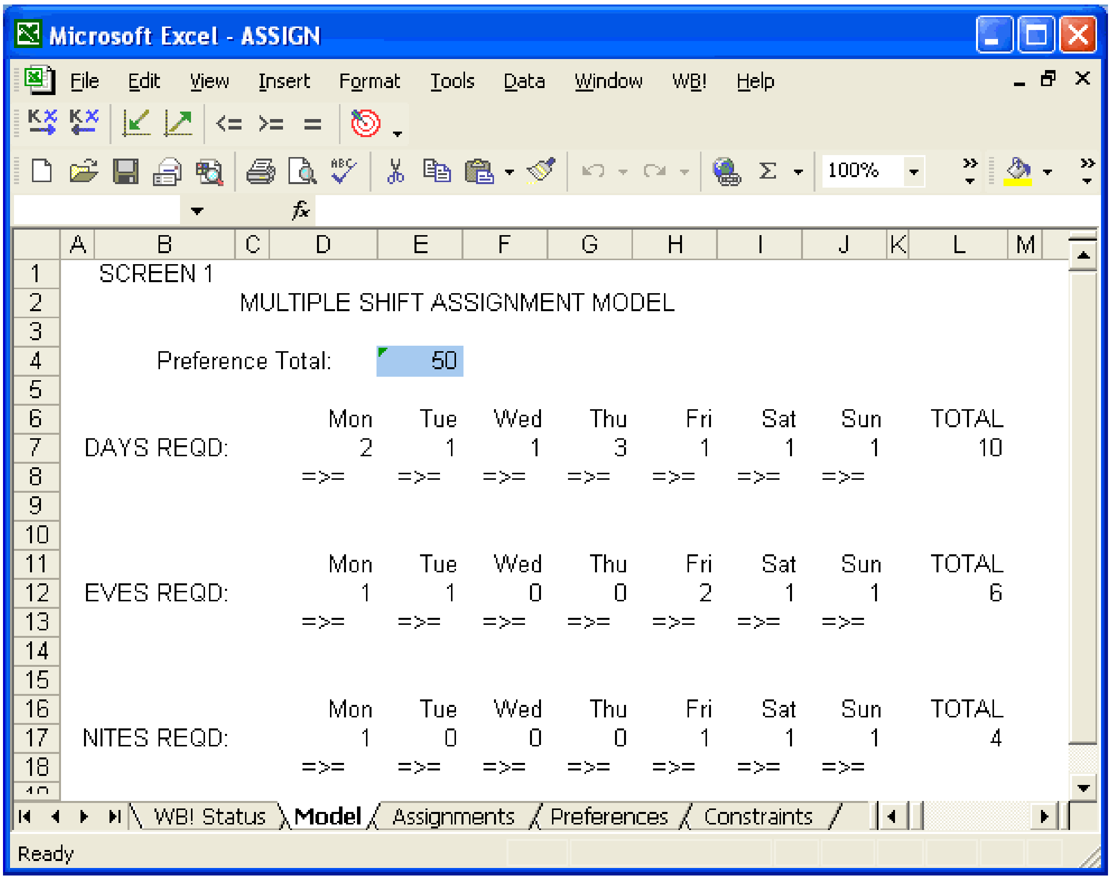
シフトの必要人数以上でなければなりません。

このモデルは同じ制約を使うことにより、要員が割り当てられたシフト数と働かなければならないシフト数が同じになるように設定されている。Constraints ワークシートを例にあげてみると、WB(ASSIGNMENTS!B3, “=,” SUM(ASSIGNMENTS!D3:J3))はレーガンに当てはまるようになっている。5 シフト以上割り当てられていると、「NOT=」が表示される。

最後に、1 シフト勤務した後の制約が必要になる。これは、要員の連続した 3 シフトの 0/1 の位を合計し、1 に等しくすることで制限することができる。もし、1 シフトよりも多く働いた場合、制約を違反したことになる。Constraints ワークシートの D3 と D4 の式を見てみよう。

WB(SUM(ASSIGNMENTS!D3:D5),"<=",1) and WB(ASSIGNMENTS!D4 ＋ ASSIGNMENTS!D5 ＋ ASSIGNMENTS!E3,"<=", 1)

レーガンの月曜は 3 シフトを足して併せて 1 になることを示す。これによって、月曜の日中を始まりとする 3 シフトで、1 回しか働かないことになる。これでモデルを解くことができる。



最適化後の Model ワークシート

希望合計は 50 です。必要要員は、必要以上の要員がないぎりぎりで達成された。各要員は、3 もしくはそれよりも多い希望のシフトが割り当てられた。

7.24　人員計画（2段階固定シフト）

ファイル名：FIXED1，FIXED2　　　　モデルタイプ：LP

概要

多くの組織は、重複しないシフトが必要です。工場、病院、銀行等では、1日に2から3交替制をとっている。例えば、病院は午前8時、午後4時、深夜0時という8時間ごとの3交替制をとっている。このモデルでは、少ない費用、例えば最小の人員で、3交替を実現する。

シフトに対する希望をできるだけ満足するようにすることや、労働組合からの要求も考慮に入れます。それでは、2段階でモデルを考えましょう。

ステージ1　費用最小

①　問題

全ての人員配置の要求を満たしつつ、最小の費用になるスケジュールを決定する。あなたは、このスケジュールを特定個人の都合や特徴を考慮せずに決定する。毎週の各曜日の必要人員数は分かっている。最低必要人数さえ満たされれば、どのように割り当てられるかは重要ではない。既知の必要な人員数は、他のモデルの結果に基づいているか、過去のデータからの外挿です。

このモデルで次のことを仮定している。

・人員のスキルは一定で、交換できる。

・週5日間勤務の常勤でも日雇いアルバイトでもよい。

・各人は4日以上働かない。

あなたは、他の仮定をおいて、モデルを少し変更して考えることができる。

③　背景

この種のスケジューリングは、ワークパターンと言われている。各人員は、幾つかのワークパターンのうちの1つにスケジュールされる。例えば1週間5日制、常勤は月曜から金曜、あるいは火曜から土曜というように連続して働きます。これらのワークパターンは、次のように表される。

パターン	月	火	水	木	金	土	日
1	1	1	1	1	1	0	0
2	0	1	1	1	1	1	0

「1」が働く日、「0」が働かない日を表している。

その組織の就業規則に合った多くのパターンがあるかも知れません。スケジュールの最初の段階は、規則や政策に対応し、他の必要な基準を満たす代表的なサンプルパターンを見つけることです。

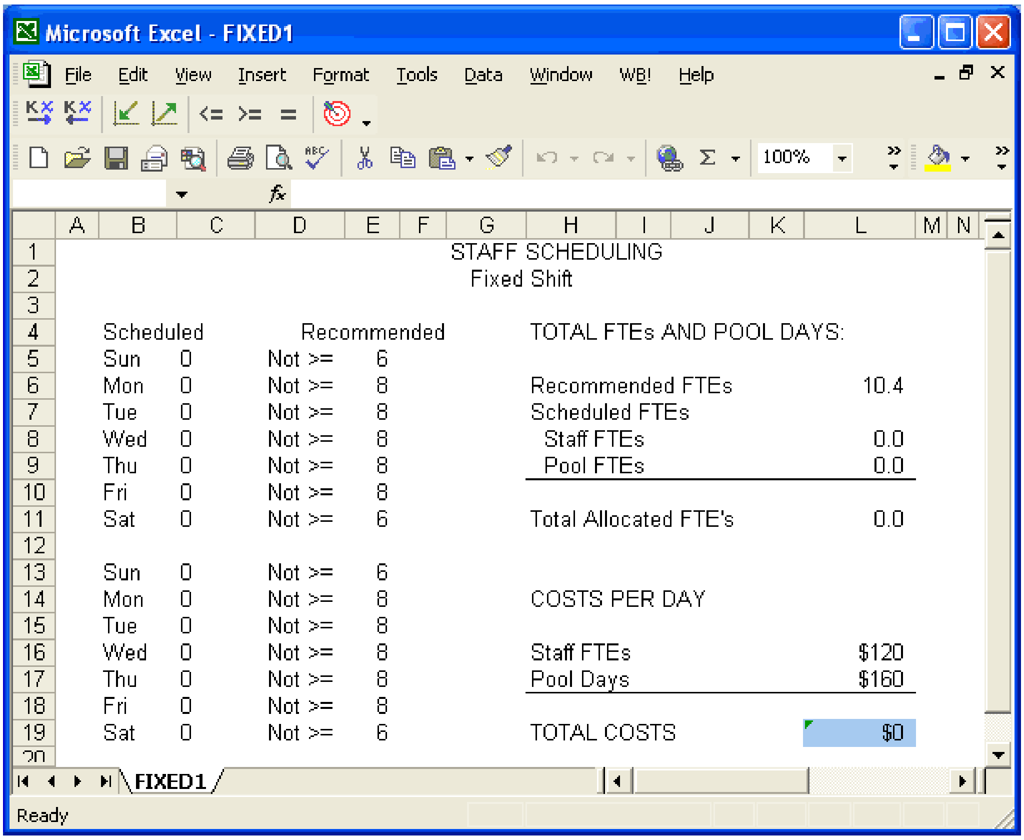
ここで示した例は、10パターンで、パターンの11と12は自由に書き込めます。この過程は、政策やルールに変更がない限り、同じパターンを繰り返す必要はない。

③　目的関数セル

目的関数は、シフトごとの費用（給与）の最小化です。このモデルで、毎日の必要人員数、人員の種類ごとの平均費用やワークパターンを基にして最低費用のスケジュールを作成する。

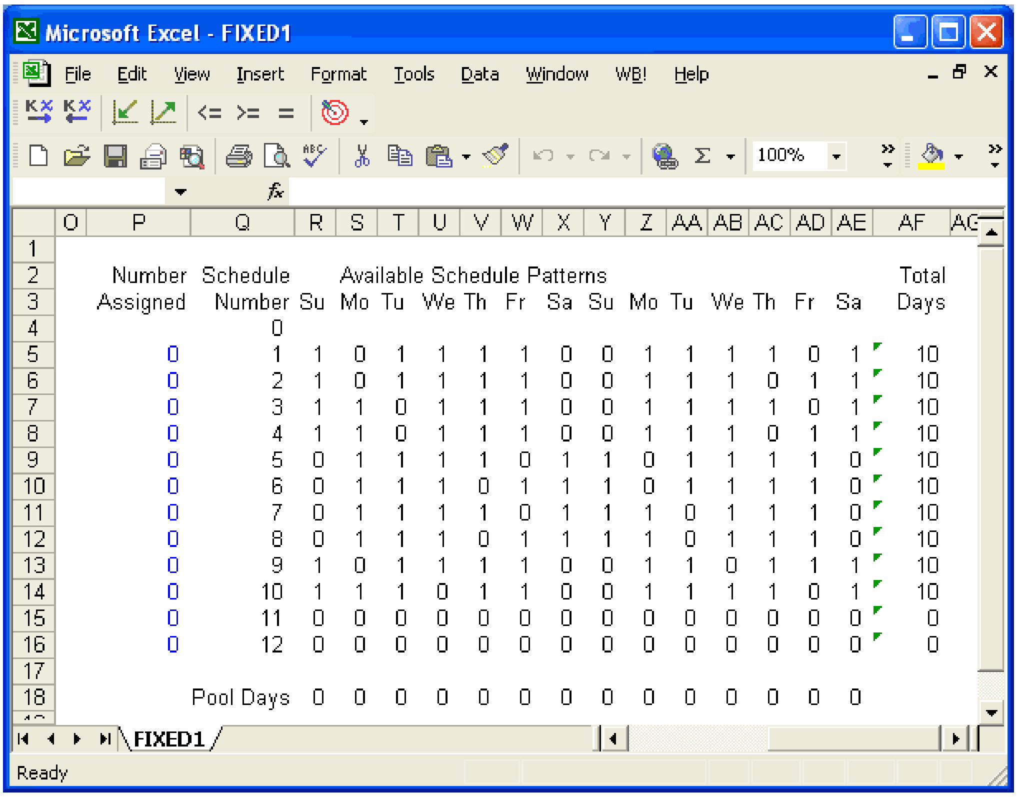
⑤ ワークシート

このモデルは、ワークシートが左右の画面に分けられている。左側（A1:N20）は、人員の配分、正規社員の必要条件と対象や費用についての情報等を含んでいる。



解析前のFIXED1ワークシート左側

右側（P1:AG20）は、可能な個人のスケジュール（R5:AE16）、ワークパターンと修正可能セル（P5:P16）を含んでいる。



	Number Assigned	Schedule Number	Su	Mo	Tu	We	Th	Fr	Sa	Su	Mo	Tu	We	Th	Fr	Sa	Total Days
4		0															
5	0	1	1	0	1	1	1	1	0	0	1	1	1	1	0	1	10
6	0	2	1	0	1	1	1	1	0	0	1	1	1	0	1	1	10
7	0	3	1	1	0	1	1	1	0	0	1	1	1	1	0	1	10
8	0	4	1	1	0	1	1	1	0	0	1	1	1	0	1	1	10
9	0	5	0	1	1	1	1	0	1	1	0	1	1	1	1	0	10
10	0	6	0	1	1	1	0	1	1	1	0	1	1	1	1	0	10
11	0	7	0	1	1	1	1	0	1	1	1	0	1	1	1	0	10
12	0	8	0	1	1	1	0	1	1	1	1	0	1	1	1	0	10
13	0	9	1	0	1	1	1	1	0	0	1	1	0	1	1	1	10
14	0	10	1	1	1	0	1	1	0	0	1	1	1	1	0	1	10
15	0	11	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
16	0	12	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
18		Pool Days	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	

解析前のFIXED1ワークシート左側

ここには、仮定に合致し、前に述べた就業規則を満たす 10 パターンが示されている。各ワークパターンは 5 日/週、2 週間で 10 日間働くことを示す。人員は、2 回の週末の内どちらか休み、連続して 4 日までしか働いてはいけません。

L16 には常勤者にかかる 1 日の平均費用と、L17 にアルバイトにかかる 1 日の平均費用が表示される。これらの見積りは、給与明細を元にされており、必要に応じて更新できる。

A. 修正可能セルの決定

修正可能セルは、各ワークパターン（P5:P16）を基に割り当てられる人員数を示す。R18:AE18を修正可能にして、再解析をするだけであるバイトの数を追加することができる。

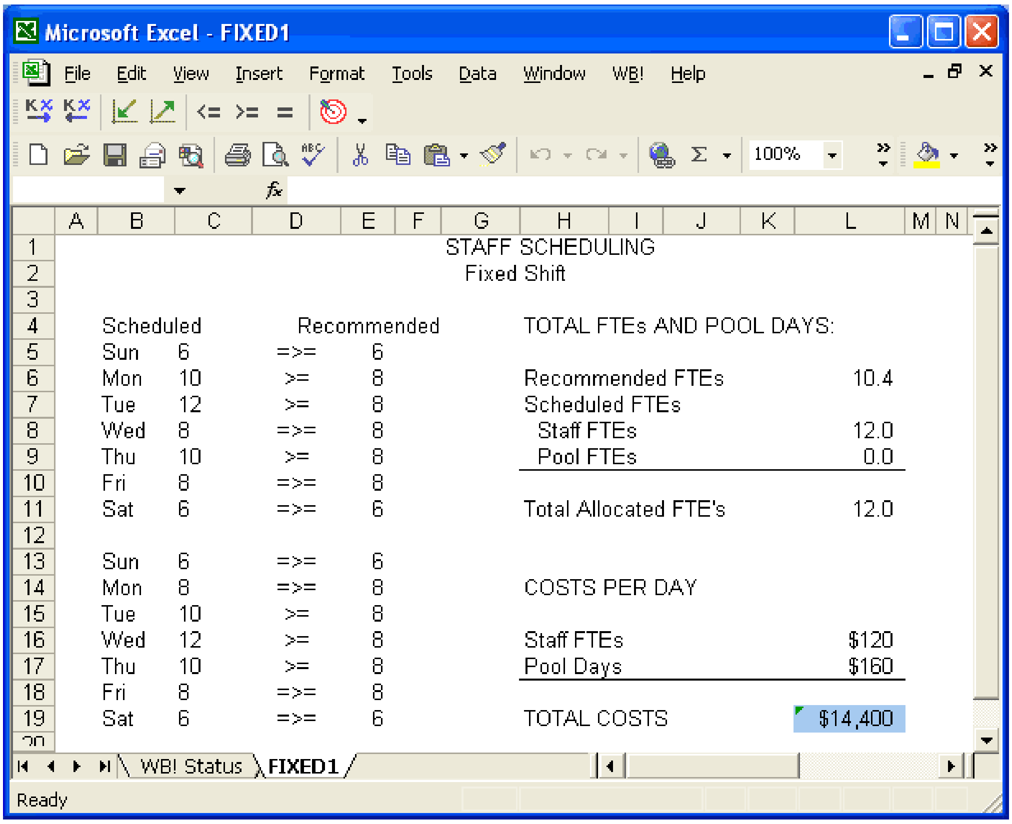
B. ベストセルの定義

L19の合計費用が最小となる結果が最適解となる。L6には、必要レベルの総計が含まれている。L8とL9には、常勤者とアルバイトの最少費用での人員配置レベルの内訳が入力する。L11には、割り振られた人員の数が表示され、L19は最適化の目的関数セルである全ての費用が計算される。

C. 制約式の指定

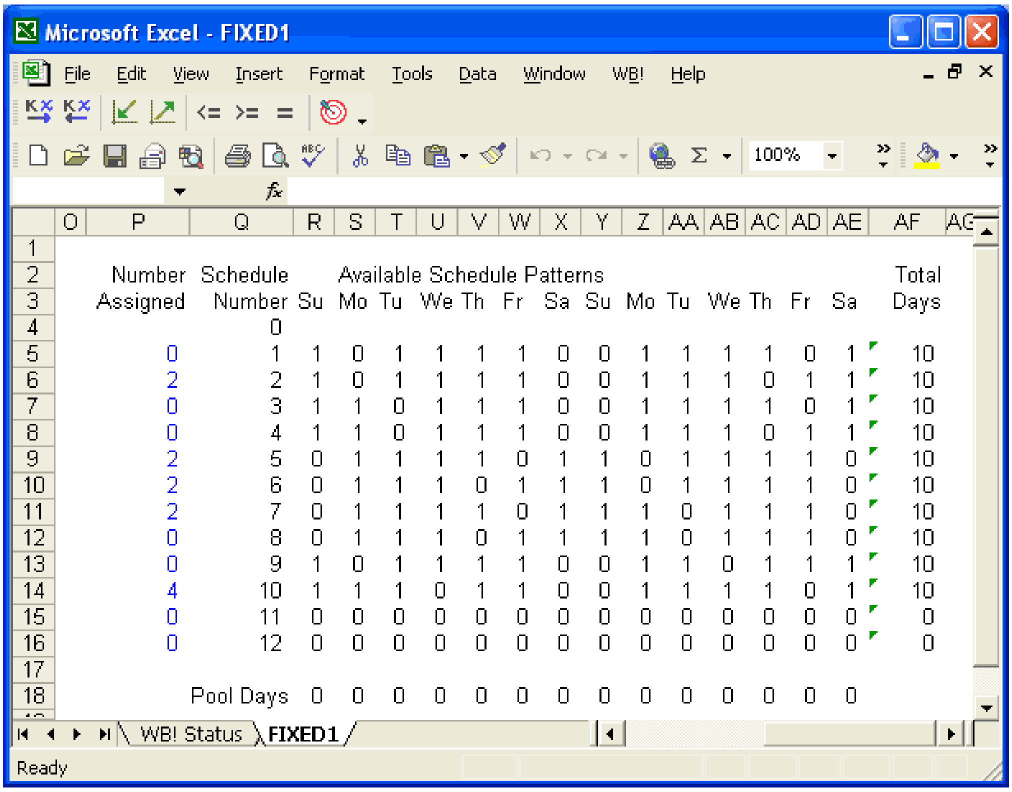
D5:D11 と D13:D19 に含まれる制約は、スケジュールされている人数（C5:C11 と C13:C19）がその日に必要な数の人員(E5:E11 と E13:E19)よりも多くなければなりません。

さぁ、問題を解いてみよう。



	A	B	C	D	E	F	G	H	I	J	K	L
1							STAFF SCHEDULING					
2							Fixed Shift					
3												
4		Scheduled			Recommended			TOTAL FTEs AND POOL DAYS:				
5		Sun	6	=>=	6							
6		Mon	10	>=	8			Recommended FTEs				10.4
7		Tue	12	>=	8			Scheduled FTEs				
8		Wed	8	=>=	8			Staff FTEs				12.0
9		Thu	10	>=	8			Pool FTEs				0.0
10		Fri	8	=>=	8							
11		Sat	6	=>=	6			Total Allocated FTE's				12.0
12												
13		Sun	6	=>=	6							
14		Mon	8	=>=	8			COSTS PER DAY				
15		Tue	10	>=	8							
16		Wed	12	>=	8			Staff FTEs				$120
17		Thu	10	>=	8			Pool Days				$160
18		Fri	8	=>=	8							
19		Sat	6	=>=	6			TOTAL COSTS				$14,400

最適化後の FIXED1 左側（アルバイトなし）



	P	Q	R	S	T	U	V	W	X	Y	Z	AA	AB	AC	AD	AE	AF
1																	
2	Number	Schedule	Available Schedule Patterns														Total
3	Assigned	Number	Su	Mo	Tu	We	Th	Fr	Sa	Su	Mo	Tu	We	Th	Fr	Sa	Days
4		0															
5	0	1	1	0	1	1	1	1	0	0	1	1	1	1	0	1	10
6	2	2	1	0	1	1	1	1	0	0	1	1	1	0	1	1	10
7	0	3	1	1	0	1	1	1	0	0	1	1	1	1	0	1	10
8	0	4	1	1	0	1	1	1	0	0	1	1	1	0	1	1	10
9	2	5	0	1	1	1	1	0	1	1	0	1	1	1	1	0	10
10	2	6	0	1	1	1	0	1	1	1	0	1	1	1	1	0	10
11	2	7	0	1	1	1	1	0	1	1	1	0	1	1	1	0	10
12	0	8	0	1	1	1	0	1	1	1	1	0	1	1	1	0	10
13	0	9	1	0	1	1	1	1	0	0	1	1	0	1	1	1	10
14	4	10	1	1	1	0	1	1	0	0	1	1	1	1	0	1	10
15	0	11	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
16	0	12	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
17																	
18		Pool Days	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	

解析後のFIXED1左側（アルバイトなし）

上記の画面には、常勤者のセルのみが修正可能に設定されている場合の解が示されている。合計費用は、＄14,400でした。常勤者は、これらの必要条件を12人でカバーしなくてはなりません。

注:	解の一部として、アルバイトを含まないモデルを紹介したが、アルバイトを使って常勤者のみに頼ることなく、必須職員数を保ちます。解析前にアルバイト職員を表わすセル（R18J:AE18）を修正可能セルに設定する。この場合、＄1,760の節約となることが分かりました。このように、人員配置スケジュールを推奨レベルに合わせる方法には柔軟性がある。

時々、最小費用が修正可能セルにとって分数値になってしまう。この分数値が、最少費用なのですが、2/3人とは現実的ではない。

合計費用をそれ程に増やすことなく、端数を切り捨てることで自然数の解を得ることができる。アルバイトを使った結果、プログラムがP5:P16またはR18:AE18に整数でない値を出力したら、手動で丸めて自然数にしよう。また、〔Integer〕コマンドを使い、解を全て自然数にしてしまうこともできる。しかし、この方法を用いると、解析時間が大幅に増える。これらのセルを丸める目的関数は、D5:D11とD13:D19の制約が違反されることなく、（配置人数）>=（要求人数）という制約を満たし、最終的な費用をなるべく丸める以前の値に近くすることです。

裁定費用のスケジュールが見つかっているので、次に人員をそれぞれのワークパターンに割り振っていきます。

ステージ2　希望の最大化

①　問題

第2段階は、第1段階で決まったワークパターンに利用可能な人員を割り当てることです。第一段階で選ばれた全てのワークパターンにつけられたランクから各人員の希望は分かっている。モデルは、グループ全体の好みの合計を最大化するよう、各人にワークパターンを割り当てます。このモデルで、希望スコア、優先レベル、能力のインデックス、またはそれらの合成数を特定する。

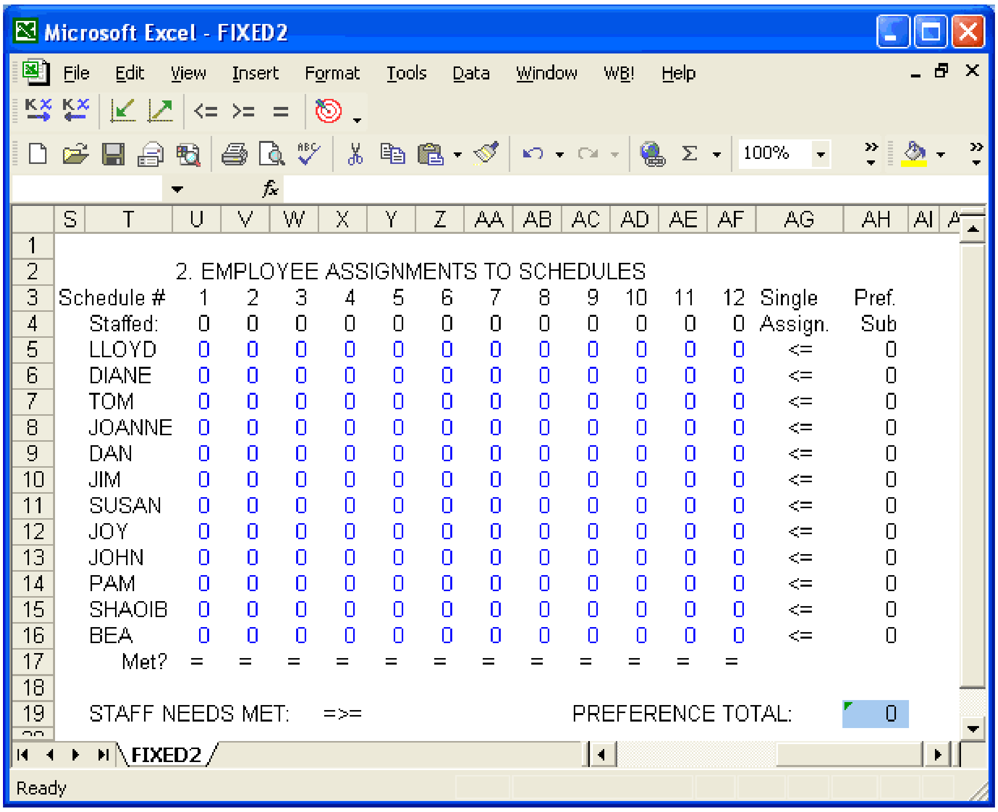
②　目的関数セル

第一段階で選ばれた費用を、最小化するワークパターンに人員を割り当てた場合の、人員の満足度の総計を最大化する。

③　ワークシート

FIXED2ワークシートも画面が2つに分けられている。まず左側に、12人までの人員の名前（B5:B16）、年功による優先順位インデックス（D5:D16）、ワークパターンの希望（F5:Q16）が入力する。

右側には、修正可能セル、人員名や各自の任務、各人員の希望の小計が入力する。



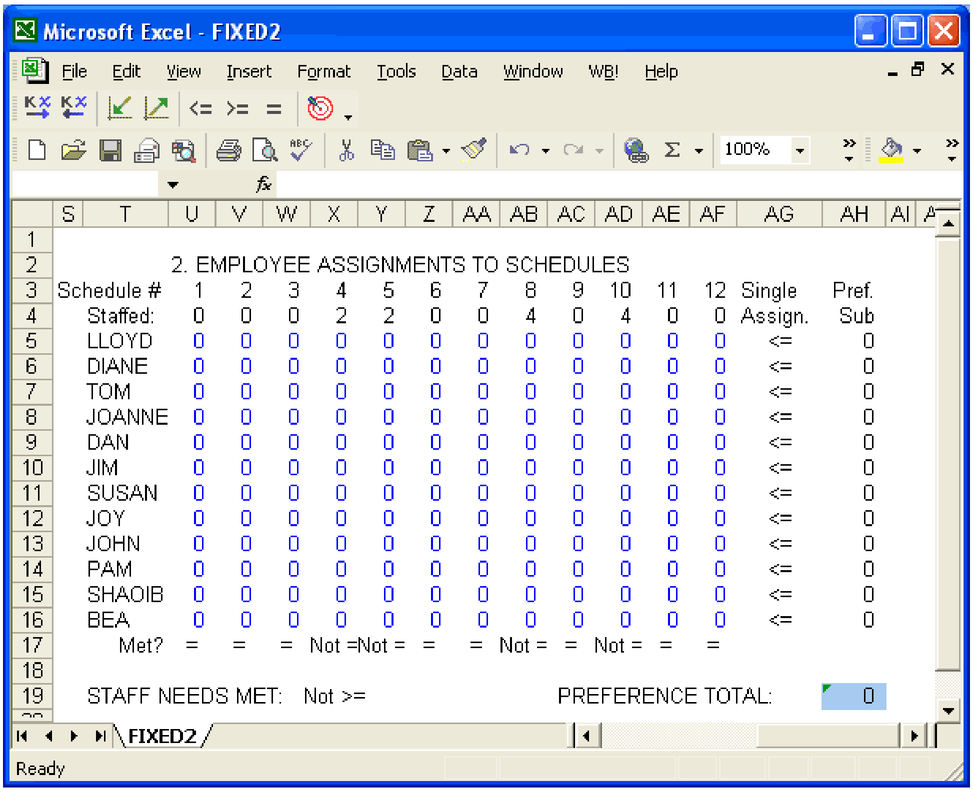
Microsoft Excel - FIXED2

	S	T	U	V	W	X	Y	Z	AA	AB	AC	AD	AE	AF	AG	AH
1																
2		2. EMPLOYEE ASSIGNMENTS TO SCHEDULES														
3	Schedule #		1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	Single	Pref.
4		Staffed:	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	Assign.	Sub
5		LLOYD	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	<=	0
6		DIANE	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	<=	0
7		TOM	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	<=	0
8		JOANNE	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	<=	0
9		DAN	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	<=	0
10		JIM	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	<=	0
11		SUSAN	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	<=	0
12		JOY	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	<=	0
13		JOHN	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	<=	0
14		PAM	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	<=	0
15		SHAOIB	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	<=	0
16		BEA	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	<=	0
17		Met?	=	=	=	=	=	=	=	=	=	=	=	=		
18																
19		STAFF NEEDS MET: =>=							PREFERENCE TOTAL:							0

最適化前のFIXED2左側

ここで、最適なワークパターンを解析後のStage1モデルのP5:P16からコピーし、U4:AF4に入力する。この例では、アルバイトの常勤を使わないスケジュールを使いました。

このデータが入力されたら、モデルは次のようになる。



	S	T	U	V	W	X	Y	Z	AA	AB	AC	AD	AE	AF	AG	AH
1																
2			2. EMPLOYEE ASSIGNMENTS TO SCHEDULES													
3	Schedule #		1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	Single	Pref.
4		Staffed:	0	0	0	2	2	0	0	4	0	4	0	0	Assign.	Sub
5		LLOYD	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	<=	0
6		DIANE	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	<=	0
7		TOM	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	<=	0
8		JOANNE	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	<=	0
9		DAN	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	<=	0
10		JIM	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	<=	0
11		SUSAN	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	<=	0
12		JOY	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	<=	0
13		JOHN	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	<=	0
14		PAM	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	<=	0
15		SHAOIB	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	<=	0
16		BEA	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	<=	0
17		Met?	=	=	=	Not =	Not =	=	=	Not =	=	Not =	=	=		
18																
19		STAFF NEEDS MET:	Not >=								PREFERENCE TOTAL:					0

合計10人のスケジュールを組まなくてはなりません。スケジュール2と8にそれぞれ4人ずつ、スケジュール3と5にそれぞれ2人ずつ組みます。

各人の希望スコアは、それぞれの優先順位インデックスで乗算され、加重希望スコアが算出される。この重みスコアにより、最も高いスコアの人間を最初にワークパターンに割り当てます。スコアが低かった人員は、希望が一番少なかったワークパターンに割り振られます。このルールの例外は、高得点をとった人員が1番希望に割り振られるときに起こる。この場合、後輩のために、優先度の高い人員を2番目か3番目の選択に入れます。これは、各人の希望よりもグループ的な希望を目的関数として割り振る場合です。

人員配置を優先順位に沿って厳しく行う場合、別の優先度スコアを使うとよいでしょう。例えば、スコアを0から100でなく、10から20にしてみよう。元のスコア方だと先輩のみに偏ってしまう。

モデルを調整して、特定のニーズにあうように多少変更を加えてみることもできる。ステージ1のモデルにも同様のことが言えます。

A. 修正可能セルの決定

FIXED1のU5：AF16の修正可能セルは、各人がワークパターンに割り当てられるか否かを示す。割り当てられる各人毎に12個の修正可能セルがある。それは、12個の可能なワークパターンがあることを示す。「1」は割り当てられていることを示す。

B. ベストセルの定義

最適な解は、グループの合計の希望スコアを最大化することです。合計希望値はAH19にある。これは各人員の小計の和です。

C. 制約式の指定

制約には、次の 3 つのタイプがある。

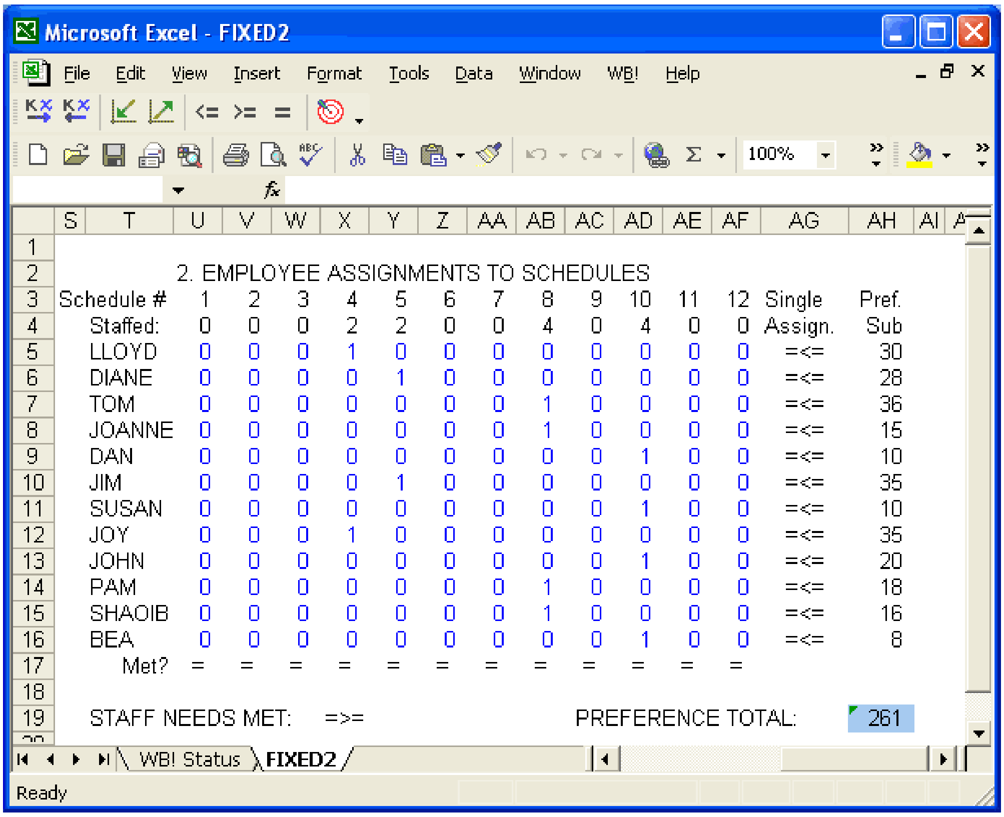
・ステージ 1 の最適化で求められた以上のワークパターンを割り当てない（X19）。

・ステージ 1 で選ばれたワークパターンだけを選ぶ(U17：AF17)。

・各人は、1 つのワークパターンにだけ割り当てられる。

このモデルを解くと次のようになる。AH19 の総計は 150 になる。ステージ 1 で決められたスタック要求に合致しました。

モデルを解いてみよう。



	S	T	U	V	W	X	Y	Z	AA	AB	AC	AD	AE	AF	AG	AH
1																
2			2. EMPLOYEE ASSIGNMENTS TO SCHEDULES													
3	Schedule #		1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	Single	Pref.
4		Staffed:	0	0	0	2	2	0	0	4	0	4	0	0	Assign.	Sub
5		LLOYD	0	0	0	1	0	0	0	0	0	0	0	0	=<=	30
6		DIANE	0	0	0	0	1	0	0	0	0	0	0	0	=<=	28
7		TOM	0	0	0	0	0	0	0	1	0	0	0	0	=<=	36
8		JOANNE	0	0	0	0	0	0	0	1	0	0	0	0	=<=	15
9		DAN	0	0	0	0	0	0	0	0	0	1	0	0	=<=	10
10		JIM	0	0	0	0	1	0	0	0	0	0	0	0	=<=	35
11		SUSAN	0	0	0	0	0	0	0	0	0	1	0	0	=<=	10
12		JOY	0	0	0	1	0	0	0	0	0	0	0	0	=<=	35
13		JOHN	0	0	0	0	0	0	0	0	0	1	0	0	=<=	20
14		PAM	0	0	0	0	0	0	0	1	0	0	0	0	=<=	18
15		SHAOIB	0	0	0	0	0	0	0	1	0	0	0	0	=<=	16
16		BEA	0	0	0	0	0	0	0	0	0	1	0	0	=<=	8
17		Met?	=	=	=	=	=	=	=	=	=	=	=	=		
18																
19		STAFF NEEDS MET:		=>=						PREFERENCE TOTAL:						261

最適化後の FIXED2 ワークシートの右側

AH19 の最高合計希望スコアは 150 でした。ステージ 1 で確立しなければならなかった人員の必要事項が満たされました。任務が優先順位や希望に基づいて決められたことを立証するために、左側に戻り、トムが 7 行目に優先順位レベル 9 で最高希望としてシフト 8 が選ばれていることを確認しよう。解析後、トムはシフト 8 に割当られている。

7.25　パイプラインの最適化

ファイル名：PIPELINE　　モデルタイプ：LP

概要

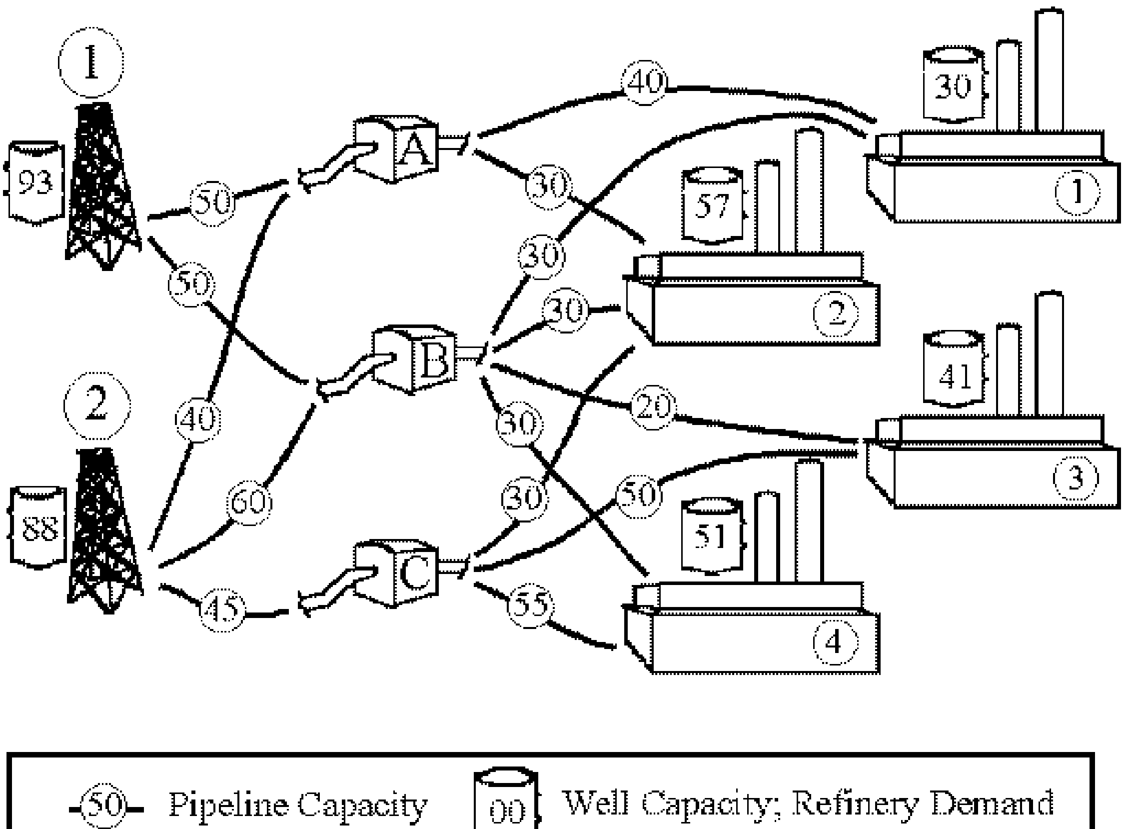
　このモデルは、ルートごとに費用のばらつきが発生する資源の輸送費を最小化するネットワーク問題の例である。ルートの許容量に限度があるだけではなく、ルートが「使用不可能」にもなりえます。このモデルで示される方式を適用すると、石油とガスのパイプライン、トラックや空輸ルートの費用対効果が最も良くなる。

①　問題

　石油供給ネットワーク上の、2つの油田から3つのポンプ場まで、またポンプ場から4つの製油所まで石油を運ぶために使用するパイプラインを幾つかあるパターンの中から選ばなければなりません。月々超えてはならない最大供給量が定められており、パイプラインの許容量も決まっている。また、使用するパイプラインで費用が違う。製油所の月々の需要も満たさなければなりません。

②　背景

　各パイプラインに沿って抽出する石油の量（バレル/月）を決定する。現在、油田1とポンプC、ポンプAと製油所3と4の間、ポンプCと製油所1を繋ぐパイプラインは使用されていません。どれくらいの量を送るかの決定は、油田の最大供給量を越えないことを前提とした場合、パイプラインの使用にかかる月々の1単位当たりの費用と製油所の需要量に依存する。

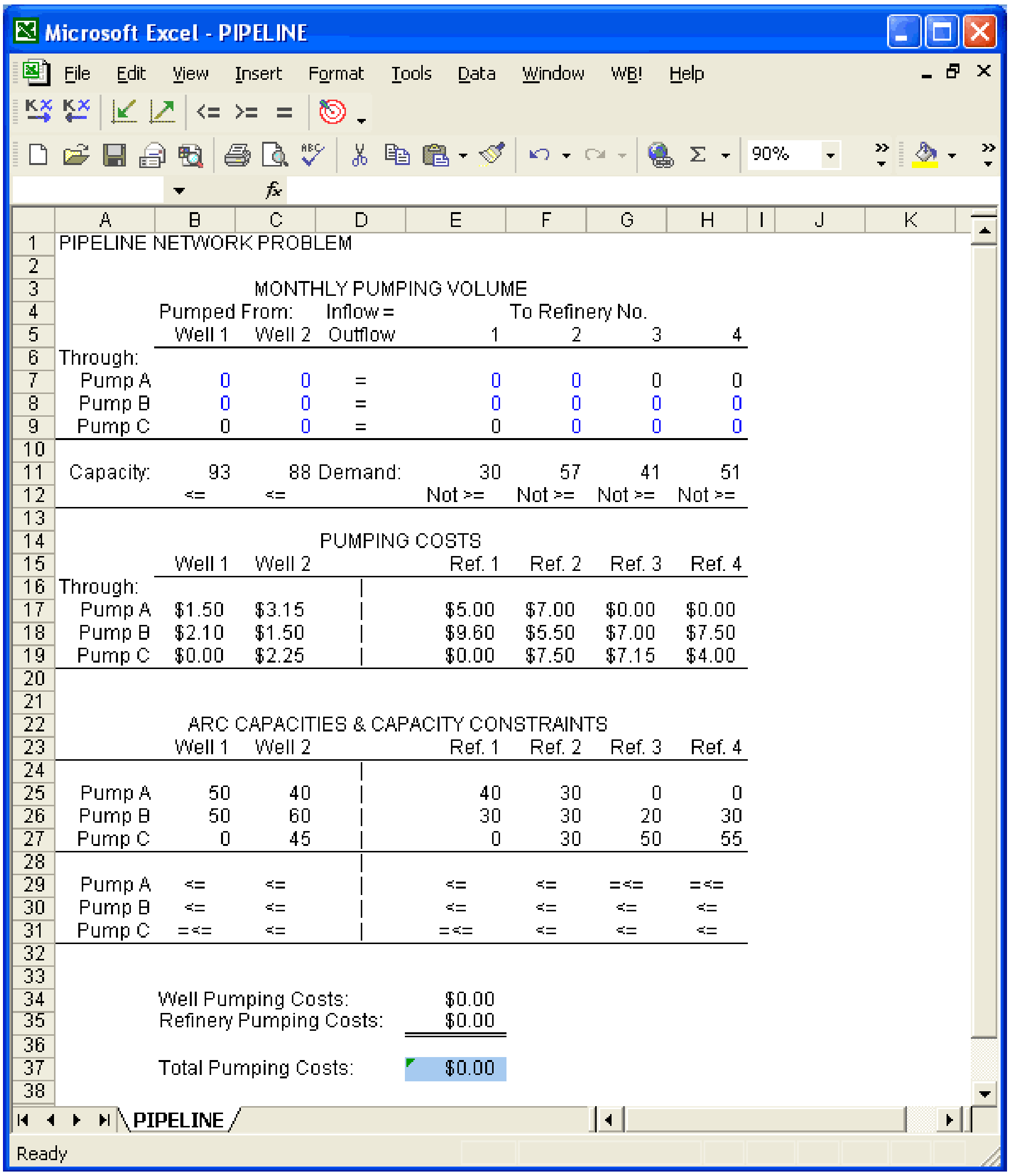


③　目的関数セル

　このモデルの目的関数は、油田の毎月の最大出量がパイプラインの限界を超えることなく、合計汲み上げ費用を最小化し、各製油所の需要を満たすことです。

③　　ワークシート

　PIPELINEファイルを見てみよう。



	A	B	C	D	E	F	G	H
1	PIPELINE NETWORK PROBLEM							
2								
3			MONTHLY PUMPING VOLUME					
4		Pumped From:		Inflow =		To Refinery No.		
5		Well 1	Well 2	Outflow	1	2	3	4
6	Through:							
7	Pump A	0	0	=	0	0	0	0
8	Pump B	0	0	=	0	0	0	0
9	Pump C	0	0	=	0	0	0	0
10								
11	Capacity:	93	88	Demand:	30	57	41	51
12		<=	<=		Not >=	Not >=	Not >=	Not >=
13								
14				PUMPING COSTS				
15		Well 1	Well 2		Ref. 1	Ref. 2	Ref. 3	Ref. 4
16	Through:			|				
17	Pump A	$1.50	$3.15	|	$5.00	$7.00	$0.00	$0.00
18	Pump B	$2.10	$1.50	|	$9.60	$5.50	$7.00	$7.50
19	Pump C	$0.00	$2.25	|	$0.00	$7.50	$7.15	$4.00
20								
21								
22		ARC CAPACITIES & CAPACITY CONSTRAINTS						
23		Well 1	Well 2		Ref. 1	Ref. 2	Ref. 3	Ref. 4
24				|				
25	Pump A	50	40	|	40	30	0	0
26	Pump B	50	60	|	30	30	20	30
27	Pump C	0	45	|	0	30	50	55
28				|				
29	Pump A	<=	<=	|	<=	<=	=<=	=<=
30	Pump B	<=	<=	|	<=	<=	<=	<=
31	Pump C	=<=	<=	|	=<=	<=	<=	<=
32								
33								
34		Well Pumping Costs:			$0.00			
35		Refinery Pumping Costs:			$0.00			
36								
37		Total Pumping Costs:			$0.00			
38								

最適化前のPIPELINEワークシート

A. 修正可能セルの決定

　修正可能セルは、2つの油田から3つのポンプ場（B7:B8, C7:C9）へ送られた石油の量と、3つのポンプから4つの製油所（E7:E8, F7:F9, H8:H9）へ送られた量です。B9、E9、G7、H7は「0」で固定されており、使用されていないということを示す。

B.ベストセルの定義

E37の合計汲み上げ費用が最小となる値が最適解となるため、式は油田と製油所の汲み上げ費用の和となる。各小計は、使用可能なパイプラインそれぞれにかかる費用とそのパイプライン（1.油田からポンプ場、2.ポンプ場から製油所）で送られた石油量のSUMPRODUCTです。

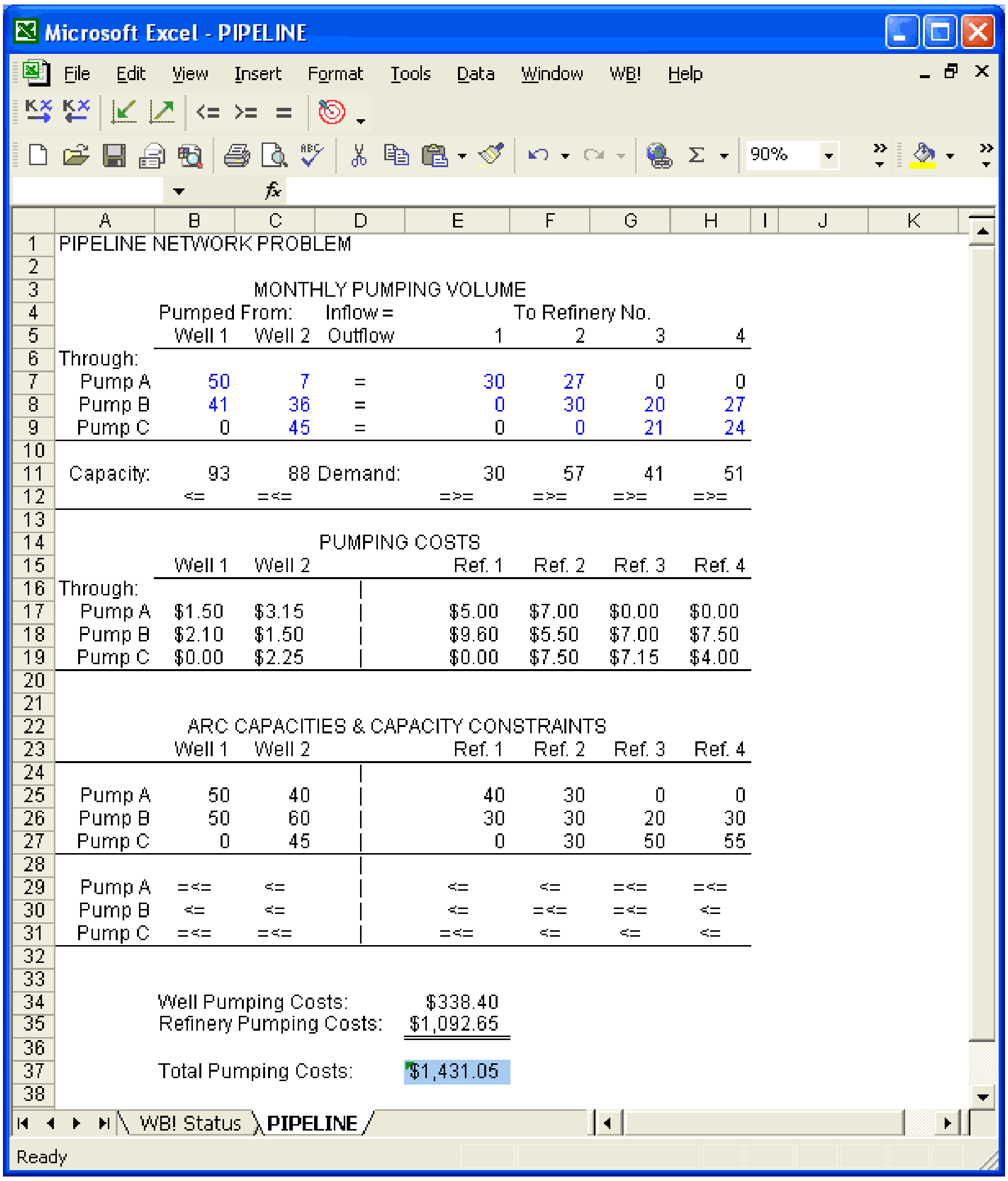
C.制約式の指定

PIPELINEモデルの制約は、幾つかの機能を果たさなければなりません。まず、油田の最大供給量を越えないようにしてください。B12とC12には、この条件を満たすべく、各油田から汲み上げられた量の和がB11とC11の許容量（Capacities）以下になるように制約式が入力する。

次に、ポンプに送られた量は、そこから出される量と同じでなければなりません。このような制約を不変制約と呼ぶ。これを達成するために、D7:D9に油田から送られてくる量と製油所に送る量が同じになるよう制約式を入力する。

3つ目は、製油所の需要を満たすという制約です。この制約は、E12:H12に入力されており、ポンプ場から各製油所に汲み出された量は、E11:H11にある需要以上でなければなりません。最後に、各パイプラインの許容量を超えないようB29:C31とE29:H31の制約式がこれを達成させます。

さぁ、モデルを解いてみよう。



Microsoft Excel - PIPELINE

	A	B	C	D	E	F	G	H
1	PIPELINE NETWORK PROBLEM							
2								
3			MONTHLY PUMPING VOLUME					
4		Pumped From:		Inflow =		To Refinery No.		
5		Well 1	Well 2	Outflow	1	2	3	4
6	Through:							
7	Pump A	50	7	=	30	27	0	0
8	Pump B	41	36	=	0	30	20	27
9	Pump C	0	45	=	0	0	21	24
10								
11	Capacity:	93	88	Demand:	30	57	41	51
12		<=	=<=		=>=	=>=	=>=	=>=
13								
14				PUMPING COSTS				
15		Well 1	Well 2		Ref. 1	Ref. 2	Ref. 3	Ref. 4
16	Through:							
17	Pump A	$1.50	$3.15		$5.00	$7.00	$0.00	$0.00
18	Pump B	$2.10	$1.50		$9.60	$5.50	$7.00	$7.50
19	Pump C	$0.00	$2.25		$0.00	$7.50	$7.15	$4.00
20								
21								
22		ARC CAPACITIES & CAPACITY CONSTRAINTS						
23		Well 1	Well 2		Ref. 1	Ref. 2	Ref. 3	Ref. 4
24								
25	Pump A	50	40		40	30	0	0
26	Pump B	50	60		30	30	20	30
27	Pump C	0	45		0	30	50	55
28								
29	Pump A	=<=	<=		<=	<=	=<=	=<=
30	Pump B	<=	<=		<=	=<=	=<=	<=
31	Pump C	=<=	=<=		=<=	<=	<=	<=
32								
33								
34		Well Pumping Costs:			$338.40			
35		Refinery Pumping Costs:			$1,092.65			
36								
37		Total Pumping Costs:			$1,431.05			
38								

WB! Status / PIPELINE

Ready

解析後のPIPELINEワークシート

WB！が算出した最小汲み出し費用の合計は$1,431.05となった。全てのポンプが使用されている。

7.26　輸送費用削減

ファイル名：SHIPPING　モデルタイプ：LP

概要

この問題は、一般的にネットワークに関する問題として知られている。これらは、通常、輸送ネットワークを介した物資輸送やパイプライン・システムを介した石油やガスの輸送を取り扱う。

ここでは、多くの場所で製造した製品を、中間の倉庫、最終的な消費地、および販売地に最小費用で製品を輸送する最適化法について説明する。製造業、公益事業体、小売りチェーン、配達業者などは、ほとんど全てが輸送最適化システムのユーザーです。

輸送モデルは、他の最適化モデルと組み合わせて大型統合システムにもなる。このモデルをプロダクト・ミックス・モデルと組み合わせ、生産と輸送を取り扱う大きなモデルへ拡張できる。

①　問題

この例のアプリケーションでは、システムの各機能の限界を越えることなく要求を満足し、かつ輸送費用を最小にする製造業の例を用いて説明する。

④　背景

ここでは、同一の製品を生産する2つの製鉄所を例に取り上げる。製造された製品は、3つのプラントに送られます。各製鉄所の製造能力には限界があるが、3つのプラントには、それぞれ製品に対する要求があり、その要求は絶対に満たさなければなりません。また、各製鉄所からプラントへの輸送費用は異なる。

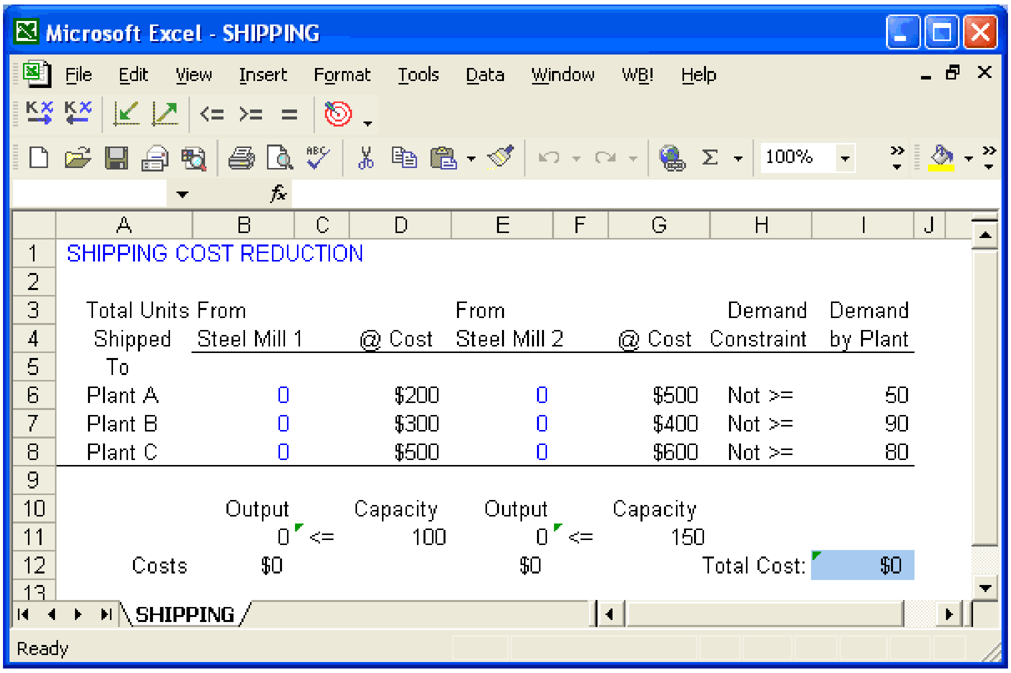
	輸送元 鉄 1 単位あたりの輸送費用	
出荷先	製鉄所 1	製鉄所 2
プラント A	$200	$500
プラント B	$300	$400
プラント C	$500	$600

③　目的関数セル

最適化の目的関数は、製鉄所の能力の限界を越えることなく、全てのプラントの要求を満たし、かつ輸送費用を最小にすることです。

④　ワークシート

SHIPPINGファイルを見てみよう。



最適化前のSHIPPINGワークシート

A. 修正可能セルの決定

修正可能セルは、各製鉄所から各プラントへの輸送量（B6：B8およびE6：E8）を示す。

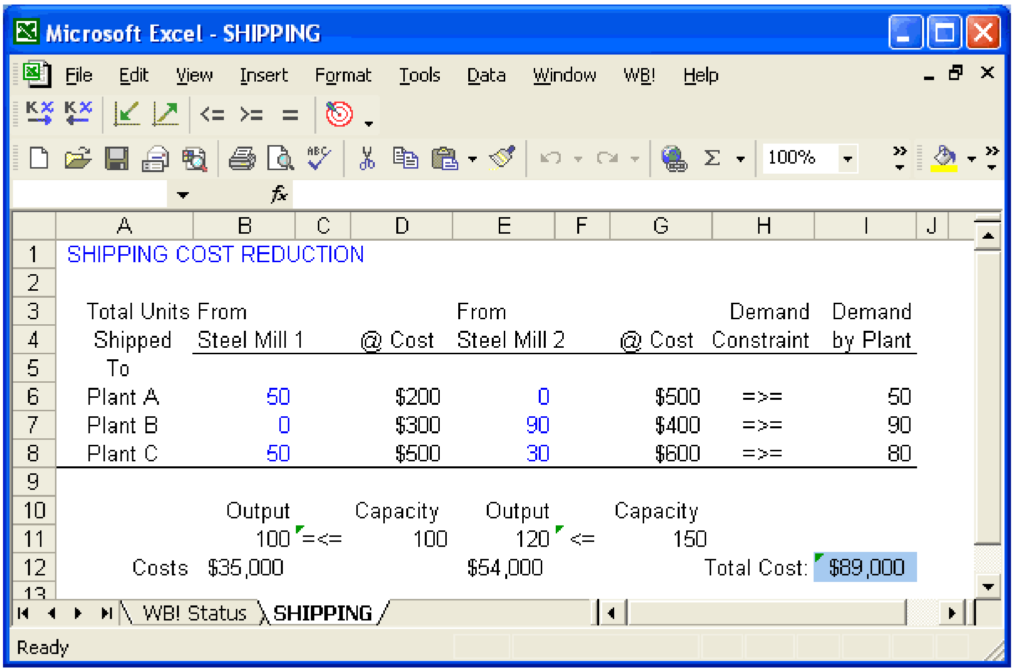
B. ベストセルの定義

目的関数の最適解は、最小の輸送費用（I12）です。これは、B12とE12の和になる。これらは、さらに各製鉄所からプラントへの輸送量（B6：B8とE6：E8）と費用（D6：D8とG6：G8）の積和になる。

C. 制約式の指定

この問題の制限事項は、(1)各プラントの最低輸送レベルを満たすこと、(2)両製鉄所の生産力の限界を越えないことです。H6:H8は、各プラントへの合計輸送量がそのプラントの需要（I6:I8）以上になるように制限する。製鉄所の限界を超さないために、C11とF11の制約により、製鉄所の出量（出荷される量の和）が製鉄所の限界以下になるように指定されている。

さぁ、モデルを解いて見よう。



最適化後のSHIPPINGワークシート

出荷にかかる最小費用は＄89,000という結果が出ました。

D.双対価格

解析の結果を見ると、製鉄所2からプラントAへの輸送はない。WB!の双対価格を用いることで、この2地点間で輸送を行った場合、どの程度総費用が上昇するかをチェックすることができる。総費用の上昇分を求めるには、カーソルを空セルに移動し、〔Advanced|Dual〕コマンドを使用してE6（製鉄所2からプラントAへの輸送量）の双対価格を出す。そして、最適化を実行してください。結果は＄200の増加した。B7（製鉄所1からプラントBへの輸送量）で同じ計算をしてみると、双対価格が0である。双対価格は、一般的に正数の修正可能セルであり、最適解では0が出力される。しかし、この輸送問題のように複数の解が存在する場合、例外が発生する。なぜなら、最適な解を代わりの解に変更しても何の不利益も生じないからです。

7.27　交通渋滞費用の最小化

ファイル名：TRAFFIC　　　モデルタイプ：NLP

概要

以前紹介したSHIPPINGネットワーク問題では、供給地から需要地までの製品輸送費用が固定されていた。しかし、ネットワーク問題には、ルートごとに輸送費用が異なるものもある。もし、渋滞時の都市の運転を経験したことがあれば、この現象がわかる。道路上に車が増えるごとに、時間と費用が増える。多くの場合、費用が線形的に増加することはない。すいている道の交通量が倍になっても、交通にかかる時間が倍になるわけではない。しかし、それが倍になると影響が出てくるかもしれない。

①　問題

基地の需給班が3つの倉庫より基地内の4つのセンターへ制服を配分してください。

②　背景

ある倉庫からあるユニットへ行くのにかかる時間などは次の通りです。

時間=速度*流れ/（1－流れ/限度）

速度=ルートに混雑がない場合1単位のものを運ぶのにかかる時間

流れ=このルート上を動く製品の量

限度=このルートで運べる最大量

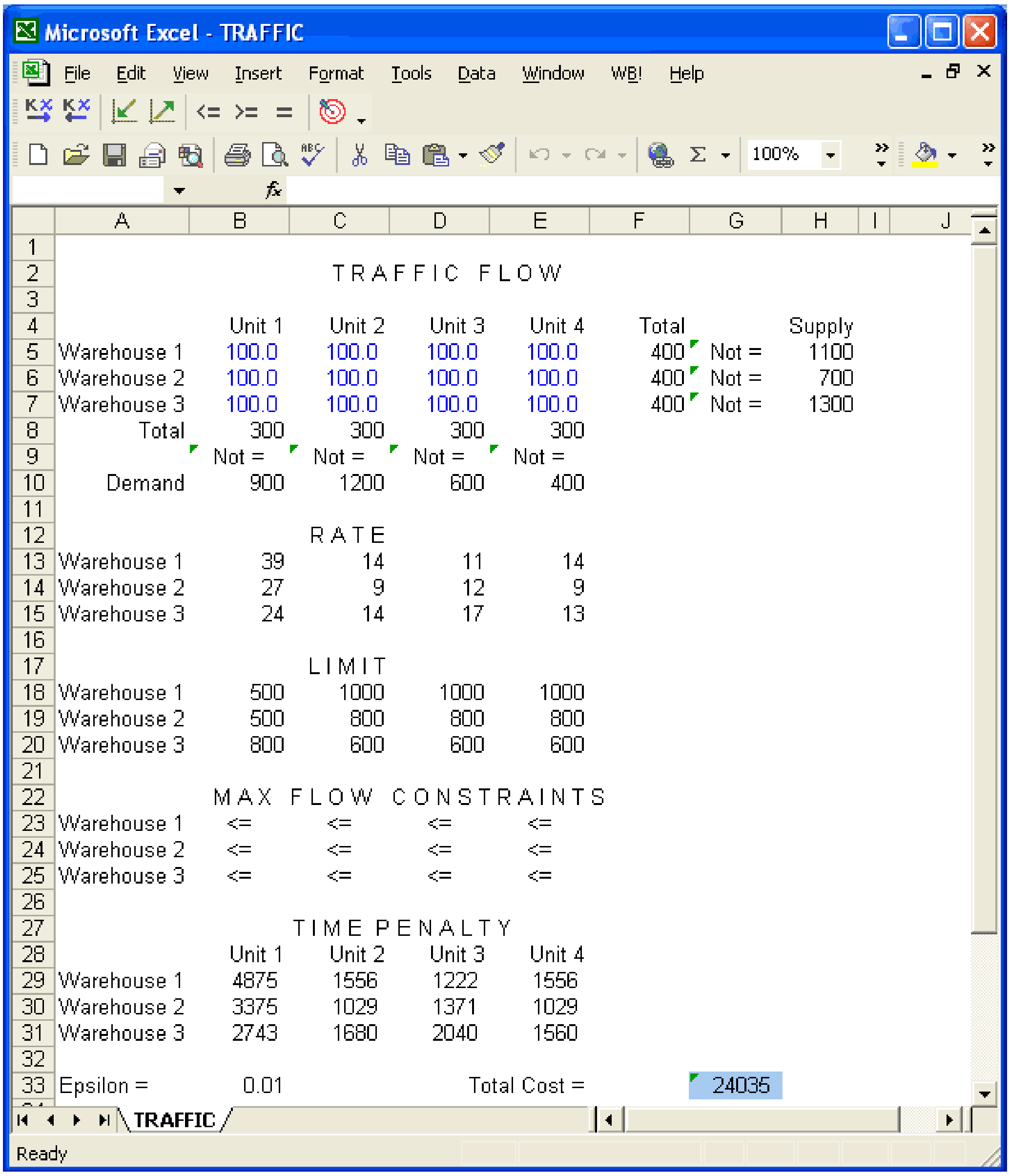
また、各ルートの速度と限度は分かっている。

③　目的関数セル

目的関数は、各センターの需要を満たしつつセンターに全ての制服を最少費用で運ぶことです。

⑤　　ワークシート

TRAFFICファイルを見てみよう。



	A	B	C	D	E	F	G	H
1								
2			TRAFFIC FLOW					
3								
4		Unit 1	Unit 2	Unit 3	Unit 4	Total		Supply
5	Warehouse 1	100.0	100.0	100.0	100.0	400	Not =	1100
6	Warehouse 2	100.0	100.0	100.0	100.0	400	Not =	700
7	Warehouse 3	100.0	100.0	100.0	100.0	400	Not =	1300
8	Total	300	300	300	300			
9		Not =	Not =	Not =	Not =			
10	Demand	900	1200	600	400			
11								
12			RATE					
13	Warehouse 1	39	14	11	14			
14	Warehouse 2	27	9	12	9			
15	Warehouse 3	24	14	17	13			
16								
17			LIMIT					
18	Warehouse 1	500	1000	1000	1000			
19	Warehouse 2	500	800	800	800			
20	Warehouse 3	800	600	600	600			
21								
22		MAX FLOW CONSTRAINTS						
23	Warehouse 1	<=	<=	<=	<=			
24	Warehouse 2	<=	<=	<=	<=			
25	Warehouse 3	<=	<=	<=	<=			
26								
27			TIME PENALTY					
28		Unit 1	Unit 2	Unit 3	Unit 4			
29	Warehouse 1	4875	1556	1222	1556			
30	Warehouse 2	3375	1029	1371	1029			
31	Warehouse 3	2743	1680	2040	1560			
32								
33	Epsilon =	0.01			Total Cost =		24035	

解析前のTRAFFICモデル

A. 修正可能セルの決定

修正可能セルは、各ルートに沿い、倉庫からインテイクセンターに運ばれる量（B5:E7）です。

B. ベストセルの定義

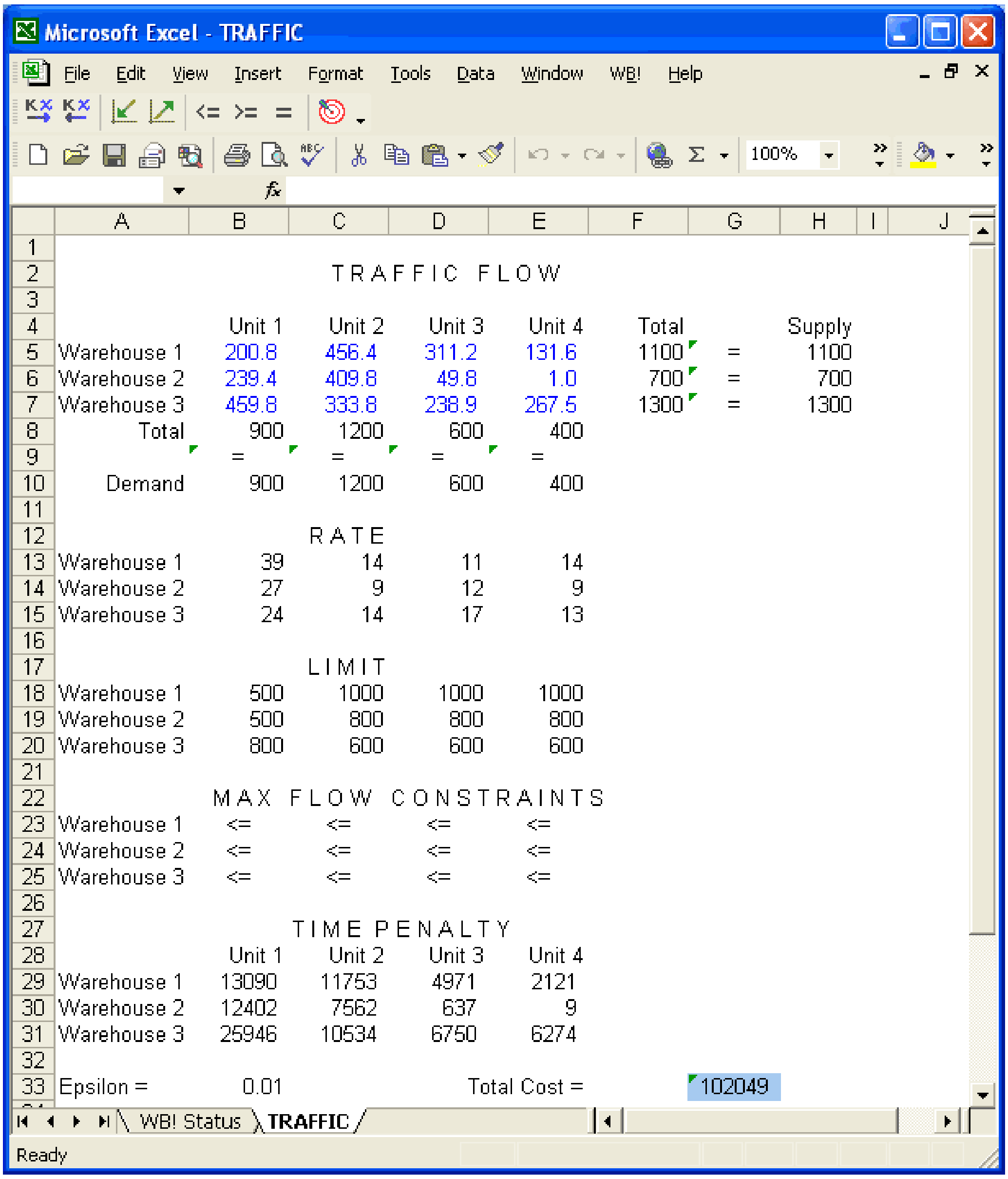
ベストセルはC36で、全ての遅延の和を最小化させた値です。

C. 制約式の指定

このモデルには3つの制約式が含まれている。G5:G7には、各倉庫から発送された総量（F5:F7）が、全供給量（H5:H7）と一致するようになっている。B9:E9には、各インテイクセンターに発送された量（B8:E8）がその需要（B10:E10）と一致するようにされている。B23:E25には各ルート（B5:E7）に沿って運ばれる量がルートの最大許容量からEpsilon（B33で0.0/1）を引いたもの以下になるようにされている。

注：	交通の流れ（Flow）が限度に近づくに連れ、遅延により発生する不利益が無限に近づきます。例えば、倉庫 1 の式を観察してください。B23 の Unit 1 の式は B13*B5/(1-B5/B18)となる。速度(B5) = 限度(B18)の時、1－B5/B8=0 になるため、時間を計算することができない（B5/0=Error)。このような数学的に定義不可能な範囲を作らないようにモデル化を行ってください。このような理由から、各ルートに沿った速度をその限度以下に制限する代わりに、限度から Epsilon（少量）を引いた値以下と定義しました。

さぁ、モデルを解いてみよう。



	A	B	C	D	E	F	G	H
1								
2			TRAFFIC FLOW					
3								
4		Unit 1	Unit 2	Unit 3	Unit 4	Total		Supply
5	Warehouse 1	200.8	456.4	311.2	131.6	1100	=	1100
6	Warehouse 2	239.4	409.8	49.8	1.0	700	=	700
7	Warehouse 3	459.8	333.8	238.9	267.5	1300	=	1300
8	Total	900	1200	600	400			
9		=	=	=	=			
10	Demand	900	1200	600	400			
11								
12			RATE					
13	Warehouse 1	39	14	11	14			
14	Warehouse 2	27	9	12	9			
15	Warehouse 3	24	14	17	13			
16								
17			LIMIT					
18	Warehouse 1	500	1000	1000	1000			
19	Warehouse 2	500	800	800	800			
20	Warehouse 3	800	600	600	600			
21								
22		MAX FLOW CONSTRAINTS						
23	Warehouse 1	<=	<=	<=	<=			
24	Warehouse 2	<=	<=	<=	<=			
25	Warehouse 3	<=	<=	<=	<=			
26								
27			TIME PENALTY					
28		Unit 1	Unit 2	Unit 3	Unit 4			
29	Warehouse 1	13090	11753	4971	2121			
30	Warehouse 2	12402	7562	637	9			
31	Warehouse 3	25946	10534	6750	6274			
32								
33	Epsilon =	0.01		Total Cost =			102049	

解析後のTRAFFICモデル

7.28　トラックの詰め込み

ファイル名：TRUCK　モデルタイプ：LP

概要

　これは、箱、本、ブラッドリー戦闘車など、効率的にまたは有利にコンテナ（トラック、クレート、C130航空機）に詰め込むナップサック系統の例題です。目的関数は、コンテナ内の無駄なスペースを最小化し、積み込む荷物の重量を最大化・最小化する、もしくは荷の価値を最大化することです。

①　問題

　まず、トラックにどの荷物を積むかを決めなければなりません。荷物は全てを積むか、全く積まないかどちらかでなければなりません（荷物の25%だけ積むというわけにはいきません)。トラックの積み込み問題は、非整数（分数）解を受け入れられない状況を表わす。分数解の丸めに関する潜在的な問題を説明するために、2つの方法で問題を解きます。

　まず始めのケースは、WB!を使って最適化を行う。解は、分数で表示されるが、一番近い自然数に丸めるだけで、制約に違反することはない。2番目のケースでは、0/1整数コマンドを使い整数解を探す。

②　背景

　1,000ポンドの許容量のあるトラックに、荷物を詰みます。しかし、予定の輸送計画だと荷物がトラックの許容量を超えてしまう。よって、荷物を積むかどうかをyes/noで決定していかなければなりません。下記の表に荷物のドル価値と重量をまとめました。

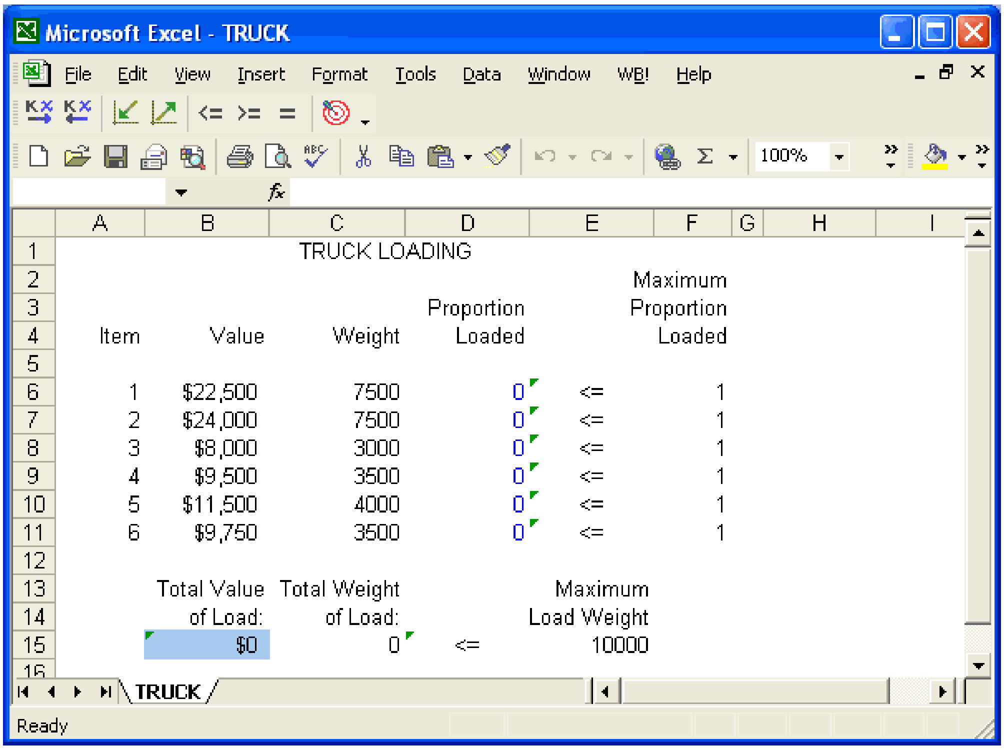
	各アイテムのドル価値と重量表	
アイテム	ドル価値	**重量**
1	$22,500	7,500 lBs.
2	$24,000	7,500 lBs.
3	$8,000	3,000 lBs.
4	$9,500	3,500 lBs.
5	$11,500	4,000 lBs.
6	$9,750	3,500 lBs.

③　目的関数セル

　目的関数は、トラックに積む荷物の重量が、トラックの許容重量を超すことなく、合計価値を最大化することです。

④　ワークシート

　TRUCKファイルを見てみよう。発送される予定の荷物6項目（A6:A11）とそれに対応するドル価値（B6:B11）とその重量（C6:C11）がこのワークシートに入力する。



A. 修正可能セルの決定

修正可能セルは荷物が積まれる割合（D6:D11）です。

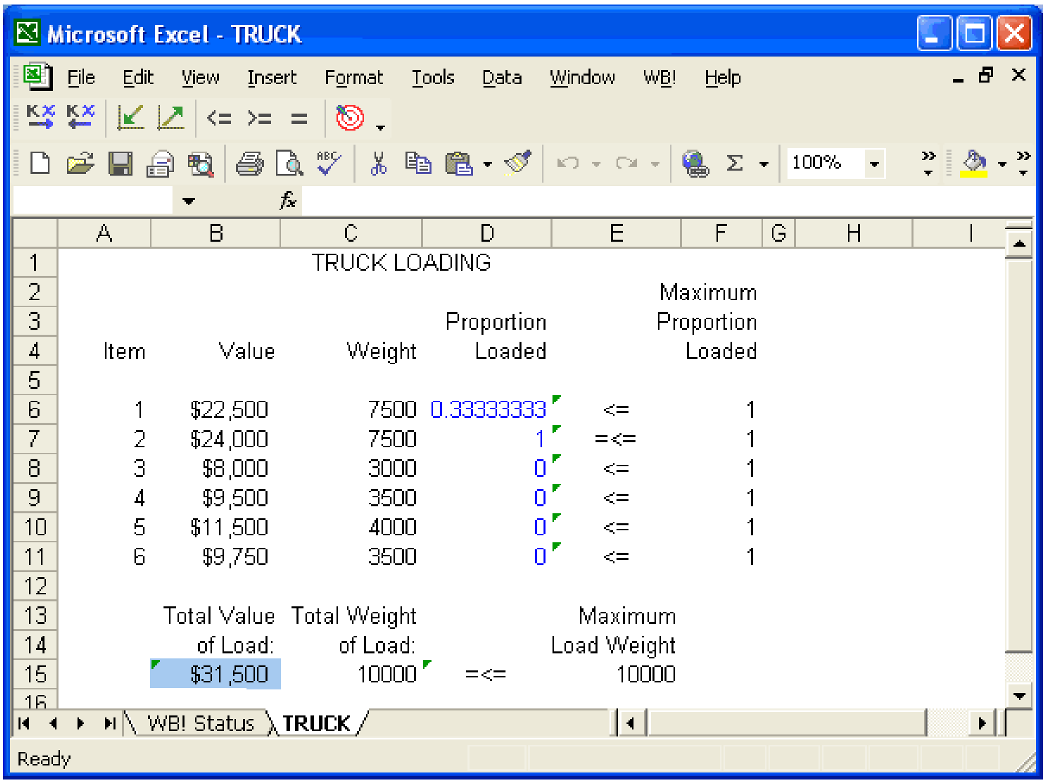
B. ベストセルの定義

B15で、積荷の価値を最大化することが目的関数です。式はSUMPRODUCT(B6:B11, D6:D11)で、各荷物の価値に積まれた割合をかけたものの和です。

C. 制約式の指定

この問題には2つの制約がある。まず、D15で積荷の総重量（C15）が最大重量（E15）以下になるよう指定し、E6:E11で積み込まれる各荷物が1以下にならないように制限する。

問題を解いてみよう。



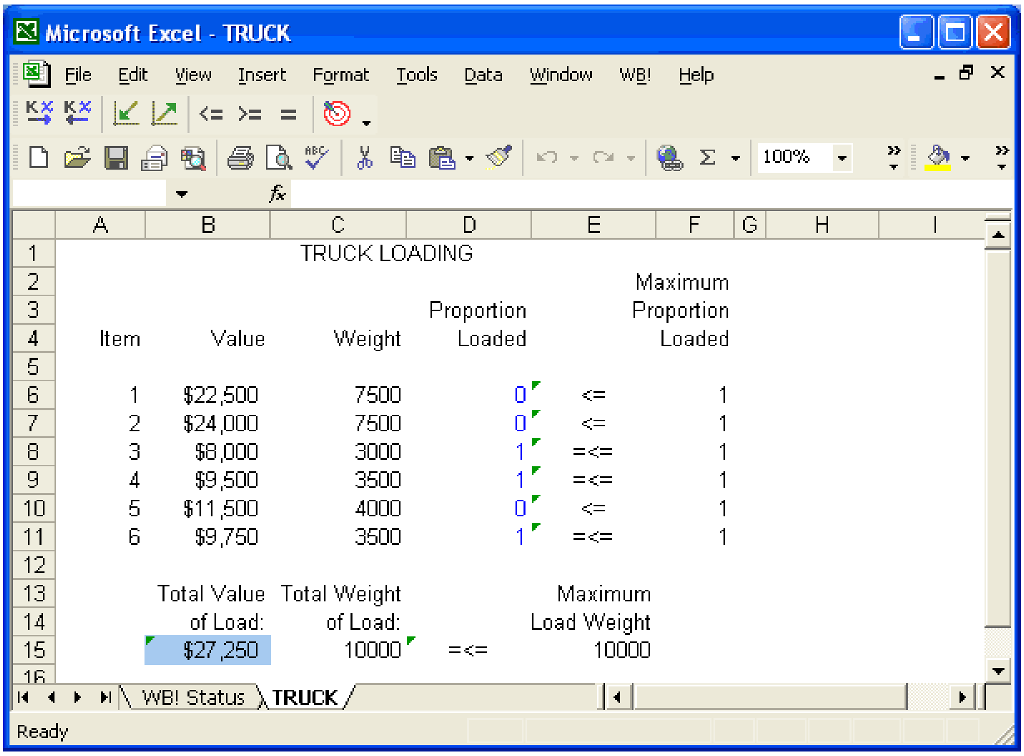
従来の方法で最適化した後のTRUCKワークシート

WB!は荷1を33%、荷2の全てを積むのがよいと答えを出しました。端数分の荷物が詰めれば最適なのですが、1/3個のピアノを運ぶ（また売る）のは困難です。このような端数を取り除くには、What if?を試行的に行い制約に違反しない方向にまるめを行う。

端数を切り上げ、1.00にすると、積荷の重量は15,000ポンドになる。これでは10,000ポンドという制約に違反してしまう。かわりに、積荷1の端数を切り捨て0にする。こうすることで7,500ポンドにまで下げることができ、2,500ポンド分の開きスペースができることになる。2,500ポンド以下の荷物はないので、トラックはその分を埋めないままとなる。従来の方法で端数の重量を丸めると、トラックには荷2を7,500ポンド分、価値は＄24,000を積み込むことになる。

2進整数法

この問題は、簡単に整数解（荷物の端数が出ないような解）を出すように変換できる。バイナリintegerコマンドを用いて、D6:D11の修正可能セルは0か1であると指定する。また、E6:E11とF6:F11の制約を省くこともできる。再最適化された解は次のようになる。



最適化後の整数化されたTRUCKワークシート

WB!は積み込まれる荷3, 4, 6を1に、残りを0に表わしました。結果は、10,000ポンドで＄27,250となった。合計の積荷の価値は前に比べて＄3,250以上改善されました。

丸め対整数解

整数解のほうがトラックのスペースをより効率的に使い、よりドル価値が高い結果を与えている。一般的に、この端数の丸めは、大きな整数の時には効果的ですが、小さな整数の場合は効果が少なくなる。